

# Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 5

PPON-reeks nummer 47



zeker weten



# Balans van het reken- wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 5

Uitkomsten van de vijfde peiling in 2010

**Eindredactie Michel Hop**

**Met een bijdrage van Jean-Marie Kraemer**

Rekenen-Wiskunde

PPON-reeks nummer 47

Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau

Uitgave Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling

- Opdrachtgever: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen
- Projectleiding: Jan van Weerden
- Ontwerp peiling: Jan Janssen, Michel Hop, Jan van Weerden en Bas Hemker
- Coördinatie opgaven- en toetsconstructie: Michel Hop en Jan Janssen
- Coördinatie gegevensverzameling: Jan van Weerden
- Opzet vragenlijsten: Maartje Hilde, Jan van Weerden, Jan Janssen en Michel Hop
- Secretariaat: Joke van Daal en Özlem Tan
- Auteurs: Michel Hop, Jan Janssen, Bas Hemker, Jan van Weerden en Alma van Til
- Psychometrische analyses: Bas Hemker en Niels Veldhuijzen
- Bureauredactie: Loes Hiddink
- Ontwerp grafieken: Henk Heusinkveld GGT
- Opmaak: Service unit, MMS
- Foto omslag: Ron Steemers

© Stichting Cito Arnhem 2012 | 1e druk

Niets uit dit werk mag zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling worden openbaar gemaakt en/of verveelvoudigd door middel van druk, fotokopie/reprografie, scanning, computersoftware of andere elektronische verveelvoudiging of openbaarmaking, microfilm, geluidskopie, film- of videokopie of op welke wijze dan ook.

Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling heeft getracht alle rechthebbenden te achterhalen. Indien iemand meent als rechthebbende in aanmerking te komen, kan hij of zij zich tot Cito wenden.



# Samenvatting

In januari en februari 2010 is het vijfde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde halverwege de basisschool uitgevoerd. Het peilingsonderzoek omvatte een inventarisatie van enkele aspecten van het onderwijsaanbod in de jaargroepen 4 en 5 en een gedetailleerd onderzoek naar de rekenvaardigheid van leerlingen in jaargroep 5. De belangrijkste conclusies van dit peilingsonderzoek zijn hier bij elkaar gezet.

## Leeftijd van leraren

Het reken-wiskundeonderwijs in groep 4 en 5 wordt ongeveer even vaak door een oudere als door een jongere leraar gegeven. De leeftijdsopbouw van de leraren is vrij evenwichtig. Er is geen sprake van een duidelijke vergrijzing of verjonging van het onderwijzend personeel in de steekproef van scholen.

paragraaf 3.1 | pagina 38

## Onderwijservaring van leraren

Het merendeel van de leraren die reken- en wiskundeonderwijs geven in groep 4 of 5 heeft meer dan 10 jaar ervaring. Het aantal leraren dat slechts een beperkte hoeveelheid ervaring heeft (0-10 jaar) is echter ook aanzienlijk (41%). Dit wijst op een zekere mate van verloop.

paragraaf 3.1 | pagina 38

## Opleidingsniveau van leraren

Er staan bij de scholen die deelnamen aan het onderzoek geen onbevoegde leraren voor de klas. Iets meer dan de helft van de respondenten gaf aan de pabo te hebben afgerond, terwijl ongeveer een derde een diploma op zak had van de Pedagogische Academie, de kweekschool of kleuteropleiding. Het aantal zij-instromers was in dit onderzoek slechts zeer beperkt.

paragraaf 3.1 | pagina 38

## Bijscholing

De meest populaire cursussen zijn cursussen over pedagogisch/didactisch handelen, zorgverbreding (omgaan met verschillen) en schoolzelfevaluatie. In de categorie Overig werd de cursus: *Met sprongen vooruit* genoemd.

paragraaf 3.1 | pagina 38

## Methodegebruik

Er zijn vier methoden die door scholen in de steekproef voornamelijk gebruikt worden in het reken- en wiskundeonderwijs halverwege de basisschool. Dat zijn: *Pluspunt*, *De wereld in getallen*, *Rekenrijk* en *Alles telt*. Het grootste marktaandeel is in handen van de makers van *Pluspunt*, gevolgd door *De wereld in getallen*. Aangezien beide methoden door Malmberg worden uitgegeven, houdt dit in dat ongeveer drie op de vier leraren werkt met een methode van deze uitgever. De methoden van Noordhoff (*Rekenrijk*) en ThiemeMeulenhoff (*Alles telt*) worden elk slechts door zo'n één op de tien leraren gebruikt.

paragraaf 3.2 | pagina 40

## Aanvullende materialen

Ondanks de verscheidenheid aan materialen lijkt de markt slechts in handen te zijn van een beperkt aantal uitgevers: Ambrasoft, Malmberg, Menne Instituut en Abimo.

paragraaf 3.2 | pagina 40

## Computerprogramma's

Bij methodegebonden computerprogramma's bij reguliere reken-wiskundemethoden komt het gebruik ongeveer overeen met het gebruik van de methode. Leraren die een computerprogramma gebruiken dat losstaat van een methode lijken voor het merendeel te kiezen voor materiaal van Ambrasoft, maar ook *Maatwerk* wordt veel gebruikt. Een kwart tot een derde van de leraren geeft aan meerdere digitale leermiddelen naast elkaar te gebruiken.

paragraaf 3.2 | pagina 40

## Tijd voor reken- en wiskundeonderwijs

De ondervraagde leraren ruimen elke schooldag bijna een uur in voor rekenen en wiskunde. In totaal komt het neer op 4 uur en bijna 40 minuten reken- en wiskundeonderwijs per week. Dat is minder dan in de peiling van 2003. Toen werd er per week gemiddeld 5 uur besteed aan rekenen en wiskunde in groep 4 en 5.

paragraaf 3.3 | pagina 42

## Organisatievorm

De meest populaire organisatievorm is gelijke instructie voor alle leerlingen met aan de capaciteiten van de individuele leerling aangepaste oefenstof. 14 à 20% van de leraren kiest voor een organisatievorm die nog een stap verder gaat: het aanbieden van zowel de instructie- als de oefenstof per tempogroep.

Maken we de vergelijking met de peiling van 2003, dan zien we een verschuiving optreden naar organisatievormen die differentiatie mogelijk maken. De gezamenlijke instructie met gedifferentieerde oefenstof is onverminderd populair gebleven, maar we constateren een afname van het aantal leraren dat kiest voor centrale instructie en oefenstof ten gunste van instructie en oefenstof per tempogroep.

paragraaf 3.4 | pagina 43

## Getallen en getalrelaties

De gemiddelde leerling is goed in staat om verder- en terug te tellen met sprongen van 1, 5 (vanaf een vijfvoud) en 10 in het getalgebied tot 1000 en kan ook getallen tot 1000 analyseren in honderdtallen en tientallen.

De gemiddelde leerling beheerst opgaven waarbij moet worden aangevuld, zoals  $872 + \dots = 1000$  en opgaven waarbij het midden moet worden bepaald, zoals van bijvoorbeeld 90 en 130, nog onvoldoende.

Het gemiddelde niveau in 2010 is nagenoeg gelijk aan het gemiddelde niveau in 2003.

paragraaf 4.1 | pagina 47



### Basisautomatismen: optellen en aftrekken

De gemiddelde leerling is goed in staat om opgaven te maken zoals  $68 + 7$  of  $73 - 5$  waarbij van een getal onder de 100 een getal onder de 10 moet worden opgeteld of afgetrokken. Ook beheerst de gemiddelde leerling opgaven goed zoals  $480 + 30$  of  $300 - 20$  waarbij een veelvoud van 10 moet worden opgeteld bij of afgetrokken van een rond getal onder de 1000. Opgaven zoals  $30 - 11$  en  $600 - 7$  worden door de gemiddelde leerling redelijk beheerst. Het gemiddelde niveau in 2010 is iets lager dan het gemiddelde niveau in 2003. Het verschil is significant maar in termen van effectgrootte is er sprake van geen effect.

paragraaf 4.2 | pagina 64

### Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van de tafels van vermenigvuldiging onder de 10. Opgaven zoals  $8 \times 9$  en  $9 \times 5$  worden goed beheerst. Ook deelopgaven zoals  $16 : 4$  en  $12 : 2$  worden door de gemiddelde leerling goed beheerst. Het gemiddelde niveau in 2010 is nagenoeg gelijk aan het gemiddelde niveau in 2003.

paragraaf 4.3 | pagina 73

### Bewerkingen: optellen en aftrekken

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van opgaven in context zoals  $80 - 6$ ,  $39 + 39$  en  $45 + 19$ . Ook opgaven in context buiten het getalgebied tot 100 zoals  $70 + 80$  en  $115 - 16$  worden door de gemiddelde leerling goed beheerst. De gemiddelde leerling beheerst opgaven in context zoals  $81 - 58$  en  $56 + 27$  onvoldoende tot redelijk. Opgaven in het getalgebied tot 1000 in context zoals  $700 - 395$  en  $44 + 88$  worden nog onvoldoende beheerst door de gemiddelde leerling. Het gemiddelde niveau in 2010 is nagenoeg gelijk aan het gemiddelde niveau in 2003.

paragraaf 4.4 | pagina 79

### Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

De gemiddelde leerling heeft een goede beheersing van vermenigvuldigopgaven in context zoals  $8 \times 3$  en  $6 \times 5$ . Ook van deelopgaven in context zoals  $24 : 4$  en  $35 : 7$  heeft de gemiddelde leerling een goede beheersing.

Opgaven in context zoals  $8 \times 8$ ,  $4 \times 12,50$  en  $100 : 25$  worden door de gemiddelde leerling nog onvoldoende beheerst.

Het gemiddelde niveau in 2010 is iets hoger dan het gemiddelde niveau in 2003. Er is sprake van een significant verschil. In termen van effectgrootte is er sprake van een effect in de richting van klein.

paragraaf 4.5 | pagina 92

### Bewerkingen: complexe toepassingen

De gemiddelde leerling kan een complexere opgave in context waarbij meerdere bewerkingen moet worden uitgevoerd goed oplossen, zoals bijvoorbeeld  $2 \times 4 + 20$  en  $50 + 18 - 17$ .

Complexere opgaven in context zoals bijvoorbeeld  $(3 \times 10) : 6$  en  $100 - (5 \times 10)$  worden door de gemiddelde leerling nog onvoldoende beheerst.

Het gemiddelde niveau in 2010 is iets hoger dan het gemiddelde niveau in 2003. Er is sprake van een significant verschil. In termen van effectgrootte is er sprake van geen effect.

paragraaf 4.6 | pagina 103

### Meten en meetkunde

De gemiddelde leerling is goed in staat om aan te geven welke maat hoort bij bijvoorbeeld een pak stroopwafels (gram, liter, kilo of centimeter) en het tanken van benzine (liter, centimeter, kilometer of euro).

De gemiddelde leerling heeft nog onvoldoende beheersing van het omzetten van meters naar centimeters zoals bijvoorbeeld 3 meter en 5 centimeter naar 305 centimeter.

De gemiddelde leerling heeft nog onvoldoende beheersing van het bepalen van het verschil tussen 1 kg en 350 gram.

Het gemiddelde niveau in 2010 is iets hoger dan het gemiddelde niveau in 2003. Er is sprake van een significant verschil. In termen van effectgrootte is er sprake van een effect in de richting van klein.

paragraaf 6.1 | pagina 142

## Tijd

De gemiddelde leerling is goed in staat de juiste analoge tijd te selecteren bij een digitale tijdweergave, zoals bijvoorbeeld 8:10. De gemiddelde leerling is goed in staat aan te geven hoeveel minuten het nog duurt voordat het uur vol is, bijvoorbeeld bij een tijd van 15.40 uur. De gemiddelde leerling is nog onvoldoende in staat om te rekenen met tijd, zoals bijvoorbeeld bepalen hoe laat het is over 1 uur en 10 minuten als het nu 11 uur en 50 minuten is. Ook het omzetten van minuten naar uren en minuten, zoals bijvoorbeeld 85 minuten naar 1 uur en een aantal minuten, wordt nog onvoldoende beheerst. Het gemiddelde niveau in 2010 is nagenoeg gelijk aan het gemiddelde niveau in 2003.

paragraaf 6.2 | pagina 152

## Geld

De gemiddelde leerling is goed in staat om een geldbriefje om te zetten naar munten zoals bijvoorbeeld een briefje van 5 euro naar muntstukken van 50 cent. Ook kan de gemiddelde leerling bepalen hoeveel moet worden teruggekregen wanneer er 2 keer 50 cent en 1 euro moet worden betaald en er betaald wordt met een briefje van 5 euro. De gemiddelde leerling beheerst een opgave nog onvoldoende waarbij een verschil in centen moet worden bepaald tussen het geld van 2 personen, zoals bijvoorbeeld een briefje van 10 en een briefje van 5 euro van een persoon en een briefje van 10, 1 munt van 2 euro, 1 munt van 1 euro, 1 munt van 50 cent en een munt van 20 cent van een ander persoon. Het gemiddelde niveau in 2010 is nagenoeg gelijk aan het gemiddelde niveau in 2003.

paragraaf 6.3 | pagina 161

## Verhoudingen

De gemiddelde leerling is goed in staat om verhoudingenopgaven op te lossen waarbij bepaald moet worden hoeveel schepjes cacao er nodig zijn voor 8 bekertjes wanneer voor 1 beker 2 schepjes nodig zijn. De gemiddelde leerling beheerst een opgave waarbij bepaald moet worden hoeveel 3 kilo vis kost wanneer gegeven is dat 2 kilo vis 12 euro kost, nog onvoldoende. Het gemiddelde niveau in 2010 is iets hoger dan het gemiddelde niveau in 2003. Er is sprake van een significant verschil. In termen van effectgrootte is er sprake van een effect in de richting van een klein effect.

paragraaf 6.4 | pagina 169

### Effect van formatiegewicht en stratum

De meeste onderwerpen laten een klein tot matig effect zien van de 0.00 leerlingen in vergelijking met de 0.30-leerlingen en de 1.20-leerlingen. De effecten tussen de 0.30-leerlingen en de 1.20-leerlingen zijn wisselend in het voordeel van de 0.30-leerlingen en 1.20-leerlingen en op een enkele uitzondering na zijn de effecten tussen deze groepen leerlingen verwaarloosbaar klein.

De meeste onderwerpen laten een klein effect zien ten gunste van de stratum 1-leerlingen ten opzichte van de stratum 2-leerlingen en een klein tot matig effect van de stratum 1-leerlingen met de stratum 3-leerlingen. De effectengroottes van de stratum 3-leerlingen in vergelijking met de stratum 2-leerlingen zijn, op een enkele uitzondering na, in het voordeel van de stratum 2-leerlingen en lopen uiteen van verwaarloosbaar klein tot klein.

paragraaf 7.2 | pagina 181

### Effect van geslacht

Voor de meeste onderwerpen geldt dat er een klein tot matig negatief effect wordt gevonden voor de rekenvaardigheid van meisjes in vergelijking met die van de jongens. Dit wijkt niet af van het resultaat in de vorige peilingen.

paragraaf 7.2 | pagina 183

### Effect van leertijd

Leerlingen die vertraging hebben opgelopen in hun schoolloopbaan hebben gemiddeld een duidelijke achterstand ten opzichte van hun jongere klasgenoten. Er is onveranderlijk sprake van een matig negatief effect.

paragraaf 7.2 | pagina 183

### Effect van methode

Op basis van het gegevensbestand van de peiling medio basisonderwijs is een vergelijking gemaakt tussen methoden voor het rekenwiskundeonderwijs. *Rekenrijk* scoort gemiddeld het hoogst, gevolgd door *Pluspunt*. Anderen methoden scoren in een enkel geval op specifieke onderdelen hoger. Zo scoort de methode *Wereld in getallen* het best op het onderdeel Rekendictee: optellen en aftrekken en het onderdeel Bewerkingen: optellen en aftrekken.

paragraaf 7.3 | pagina 184

## Effect van afnamejaar

In de effectgrootten over de perioden 2003-2010 vinden we over het algemeen een nul-tendens. Voor de rekendictees (Basisautomatismen: optellen en aftrekken en Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen) vinden we een respectievelijk significant en niet-significant verschil. Er is sprake van een effect dat eerder in de buurt van 0 ligt dan dat het in de richting van een klein effect gaat. Alleen op deze onderdelen scoort het jaar 2003 iets hoger dan 2010.

Bij de overige onderwerpen zijn de verschillen in het voordeel van 2010. Voor de onderwerpen Getallen en getalrelaties, Bewerkingen: optellen en aftrekken, Tijd en Geld vinden we een niet significant verschil. Het effect ligt dicht bij 0 dan dat het in de richting van een klein effect gaat. Bij de onderwerpen Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen, Bewerkingen: complexere toepassingen, Meten en meetkunde en Verhoudingen vinden we een effect dat in de richting van een klein effect gaat. De verschillen zijn hierbij significant.

De gemiddelde effectgrootte voor afnamejaren 2003-2010 is 0,07.

paragraaf 7.4 | pagina 187



# Inhoud

<b>Samenvatting</b>	<b>4</b>
<b>Inleiding</b>	<b>15</b>
<b>1 Domeinbeschrijving rekenen-wiskunde</b>	<b>17</b>
<b>2 Het peilingsonderzoek</b>	<b>23</b>
2.1 De peilingsinstrumenten	24
2.2 De steekproef van scholen en leerlingen	26
2.3 De uitvoering van het onderzoek	29
2.4 De analyse van de resultaten	29
2.5 De rapportage van de resultaten	31
<b>3 Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde</b>	<b>37</b>
3.1 Achtergrondgegevens van leraren	38
3.2 Inzet van leermiddelen	40
3.3 Tijd voor reken- en wiskundeonderwijs	42
3.4 Differentiatie	43
<b>4 Getallen en bewerkingen</b>	<b>45</b>
4.1 Getallen en getalrelaties	47
4.2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken	64
4.3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen	73
4.4 Bewerkingen: optellen en aftrekken	79
4.5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	92
4.6 Bewerkingen: complexere toepassingen	103
<b>5 Patronen in oplossingsmethoden voor aftrekken</b>	<b>113</b>
5.1 Inleiding	114
5.2 Onderzoeksopzet	115
5.3 Resultaten	118
5.4 Aandachtspunten	140
<b>6 Meten en verhoudingen</b>	<b>139</b>
6.1 Meten en meetkunde	142
6.2 Tijd	152
6.3 Geld	161
6.4 Verhoudingen	169

<b>7</b>	<b>Verschillen tussen leerlingen</b>	<b>179</b>
7.1	Inleiding	180
7.2	Het effect van enkele leerlingkenmerken	181
7.3	Het effect van de reken-wiskundemethode	184
7.4	Het effect van afnamejaar	187
	<b>Literatuur</b>	<b>191</b>



# Inleiding

# Inleiding

In 1986 is in opdracht van de Minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen het project Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (PPON) gestart. Het belangrijkste doel van het project is periodiek gegevens te verzamelen over het onderwijsaanbod en de onderwijsresultaten in het basisonderwijs en het speciaal basisonderwijs. Deze onderzoeksresultaten bieden een empirische basis voor de algemene maatschappelijke discussie over de inhoud en het niveau van het onderwijs. Het onderzoek richt zich in hoofdzaak op drie vragen:

- Waaruit bestaat het onderwijsaanbod in een bepaald leer- en vormingsgebied?
- Welke resultaten in termen van kennis, inzicht en vaardigheden zijn er gerealiseerd?
- Welke veranderingen of ontwikkelingen in aanbod en opbrengst zijn er in de loop van de tijd te traceren?

Een van de uitgangspunten van peilingsonderzoek is dat zoveel mogelijk getracht wordt een nauwkeurig en gedetailleerd beeld van de vaardigheden van leerlingen te schetsen. In dit geval gaat het om de rekenvaardigheid van leerlingen halverwege het basisonderwijs.

Peilingsonderzoek is een van de instrumenten van de overheid voor de externe kwaliteitsbewaking van het onderwijs (Netelenbos, 1995). Maar daarnaast zijn de resultaten van peilingsonderzoek van belang voor allen – onderwijsorganisaties, onderzoekers en ontwikkelaars van methoden, onderwijsbegeleiders en lerarenopleiders, leraren basisonderwijs en ouders – die betrokken zijn bij de discussie over en de vormgeving van het onderwijs in de basisschool.

In de periode januari-februari 2010 is in jaargroep 5 van het basisonderwijs het vijfde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde halverwege de basisschool uitgevoerd. De opzet van deze peiling is in belangrijke mate vergelijkbaar met die van eerdere rekenpeilingen. Inhoudelijk is met dezelfde onderwerpen gewerkt als in de vorige peiling, zodat een goede vergelijking van de uitkomsten over de tijd mogelijk is. Deze keer is ter aanvulling een onderzoek opgenomen naar oplossingsmethoden voor aftrekken onder de 100. Hierover wordt in een afzonderlijk hoofdstuk gerapporteerd.

Omdat er nu door de Expertgroep Doorgaande Leerlijnen Taal en Rekenen (OCW, 2008) duidelijke referentieniveaus zijn geadviseerd waarmee de uitkomsten kunnen worden gewaardeerd, is dit keer afgezien van een afzonderlijk onderzoek naar een niveaubepaling.

De balans begint in hoofdstuk 1 met een beschrijving van het leerstofdomein voor rekenen-wiskunde in groep 5. Vervolgens beschrijven we in hoofdstuk 2 de belangrijkste aspecten van de uitvoering van het onderzoek. In dit hoofdstuk wordt ook uitleg gegeven over de wijze waarop de kennis en vaardigheden van de leerlingen worden gerapporteerd en in het bijzonder hoe dat grafisch in beeld wordt gebracht. De resultaten van de inventarisatie van het onderwijsaanbod worden gerapporteerd in hoofdstuk 3. De resultaten van de leerlingen op de verschillende onderwerpen beschrijven we in hoofdstuk 4 en 6. Hoofdstuk 5 is geheel gewijd aan het extra onderzoeksonderwerp. In het laatste hoofdstuk rapporteren we over verschillen tussen leerlingen. We beschrijven de effecten van de verschillende achtergrondkenmerken van leerlingen, zoals geslacht, formatiegewicht en leerjaar op de prestaties bij de verschillende onderwerpen van rekenen-wiskunde.

We hopen met deze rapportage een goede bijdrage te leveren aan het publieke debat over de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool.

Jan van Weerden  
Projectleider PPON

# 1 Domeinbeschrijving rekenen-wiskunde

# 1 Domeinbeschrijving rekenen-wiskunde

De domeinbeschrijving vormt de basis voor ieder peilingsonderzoek. Zij bestaat uit een structurele beschrijving van het leerstofgebied in de vorm van een geordende lijst van onderwerpen met onderling nauw gerelateerde leer- en vormingsdoelen. De domeinbeschrijving vormt het uitgangspunt voor de ontwikkeling van opgaven en van evaluatie-instrumenten om de vaardigheden van leerlingen in kaart te brengen. In de domeinbeschrijving voor de vijfde peiling rekenen - wiskunde medio jaargroep 5 onderscheiden we tien onderwerpen.

Deze balans beschrijft de resultaten van het vijfde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde halverwege de basisschool – dat is medio jaargroep 5 – dat in de maanden januari/februari 2010 heeft plaatsgevonden. Eerdere peilingsonderzoeken zijn uitgevoerd in 1987, 1992, 1997 en 2003 (zie resp. Wijnstra, 1988; Bokhove, e.a., 1996; Noteboom e.a., 2000, Kraemer e.a. 2005). Na de vaststelling van de eerste domeinbeschrijving voor de peiling in 1987 zijn de domeinbeschrijvingen voor volgende peilingen telkens opnieuw doorgelicht en op onderdelen gewijzigd om zoveel mogelijk aan te sluiten bij de ontwikkelingen in het reken-wiskunde-onderwijs op de basisschool.

Voor deze vijfde peiling is de domeinbeschrijving gehandhaafd. Het standaardonderzoek is in verband met de recente ontwikkeling van de niveaus van Meijerink nu niet uitgevoerd. De nieuwe benadering neemt de functie van het standaardonderzoek over. Wel is bij de verschillen tussen leerlingen aangegeven hoeveel procent van de leerlingen met specifieke kenmerken (formatiegewicht, geslacht, leertijd) de percentiel-50 score en de percentiel-25 score haalt. Deze komen eind groep 8 overeen met het streef- en fundamentele niveau.

## **De tien onderwerpen**

In de vijfde peiling wordt gerapporteerd over tien onderwerpen. Deze onderwerpen zijn verdeeld over de drie deelgebieden:

- *Getallen en bewerkingen* met zes onderwerpen,
- *Meten* met drie onderwerpen,
- *Verhoudingen, breuken en procenten* met één onderwerp.

Het deelgebied *Getallen en bewerkingen* vormt de kern van het reken-wiskundeprogramma van de basisschool. Dit deelgebied wordt geassocieerd met het begrip gecijferdheid. Leerlingen tonen aan 'gecijferd' te zijn wanneer zij in dagelijkse probleemsituaties getallen en getalsmatige gegevens betekenisvol kunnen interpreteren en adequaat kunnen bewerken. Naast het basale getalinzicht in het onderwerp *Getallen en getalrelaties* omvat dit deelgebied de vier operaties optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen op het niveau van basisautomatismen en op het niveau van bewerkingen.

Binnen het deelgebied *Meten* onderscheiden we in deze peiling de onderwerpen *Meten en meetkunde, Tijd en Geld*.

Het deelgebied *Verhoudingen, breuken en procenten* bevat voornamelijk onderwerpen die pas in de bovenbouw van het basisonderwijs in het curriculum voor rekenen-wiskunde aan de orde worden gesteld. Een uitzondering daarop kan gemaakt worden voor het onderwerp *Verhoudingen* dat toch halverwege het basisonderwijs bij tal van meet- en rekencontexten aan de orde is.

*Deelgebieden en onderwerpen voor de peiling in 2010*

Deelgebieden	Onderwerpen
1 Getallen en bewerkingen	1 Getallen en getalrelaties
	2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken
	3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen
	4 Bewerkingen: optellen en aftrekken
	5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen
	6 Bewerkingen: complexere toepassingen
2 Meten	7 Meten en meetkunde
	8 Tijd
	9 Geld
3 Verhoudingen, breuken en procenten	10 Verhoudingen

Bij de onderwerpen *Basisautomatismen* werden de opgaven door de toetsleider twee keer voorgelezen en kregen de leerlingen vervolgens vijf seconden antwoordtijd en was het de leerlingen niet toegestaan uitrekenpapier te gebruiken. Bij de overige onderwerpen zijn de opgaven in toetsboekjes aan de leerlingen voorgelegd en konden de leerlingen de ruimte naast de opgaven als uitrekenpapier gebruiken.

We geven hier een korte karakteristiek van de verschillende onderwerpen. Bij de bespreking van de resultaten presenteren we een uitvoerige beschrijving van de inhoud van deze onderwerpen zoals deze in de opgavenverzameling is uitgewerkt en geconcretiseerd.

## 1 Getallen en getalrelaties

Bij dit onderwerp ligt de nadruk op de ontwikkeling van getalgevoeligheid. Dit gevoel voor getallen komt voort uit de vertrouwdheid met getalstructuren, getalpatronen en relaties tussen getallen, de organisatie van getallen in netwerken van relaties en de ontwikkeling van een eigen systeem van ervaringsgegevens over allerlei hoeveelheden en grootheden. De vaardigheid van de leerlingen wordt op basis van vier aspecten gemeten:

- tientallig ontleden van getallen en het plaatsen van deze getallen in de telrij (c.q. op de getallenlijn);
- resultaatief tellen met wisselende eenheden en het verder tellen en terugtellen met deze eenheden;
- gevarieerd splitsen en ontbinden in factoren;
- vergelijken en afronden.

## 2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken

Bij dit onderwerp gaat het om snel en vaardig uitrekenen van elementaire optellingen en aftrekkingen tot 100 door gebruik te maken van parate kennis ( $100 - 90 = 10$ ), getalstructuren en getalrelaties ( $56 - 50 = 6$ ) of geautomatiseerde rekenprocedures ( $92 - 6$  via  $90 - 4 = 86$  en  $84 - 40$  via 4 tientallen wegdenken,  $80 - 40 = 40$  en 4 erbij is 44).

## 3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

Bij dit onderwerp gaat het om de snelle en vaardige reproductie van vooral elementaire vermenigvuldigingen en delingen in het getalgebied tot 100. De leerlingen moeten producten uit de tafels van 1 tot en met 10 uit hun geheugen ophalen of kunnen reproduceren via bekende producten in de buurt ( $6 \times 8$  via  $5 \times 8 + 8$ , eenmaal meer en  $9 \times 8$  via  $10 \times 8 - 8$ , eenmaal minder), verdubbelen ( $6 \times 8 = 3 \times 8 + 3 \times 8$ ) en verwisselen ( $8 \times 6$  via  $6 \times 8$ ). Daarnaast worden elementaire delingen getoetst die (herhaald) optellend ( $12 : 3$  via  $4 + 4 + 4$ ), halverend ( $16 : 4 = 4$  via  $16 \rightarrow 8 \rightarrow 4$ ) of omgekeerd vermenigvuldigend ( $15 : 5 = 3$ , want  $5 \times 3 = 15$ ) kunnen worden opgelost.

## 4 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Bij de bewerkingen ligt de nadruk op het vaardig en adequaat oplossen van elementaire toepassingsproblemen en contextloze bewerkingen. In groep 5 staat bij optellen en aftrekken het zogenaamde rekenen tot 100 centraal en de toepassing en differentiatie van de geleerde vormen van hoofdrekenen met (afgeronde) getallen in het gebied tot 1000. De gekozen contexten en getallen lokken de drie basisvormen van hoofdrekenen uit: rijgen, splitsen en handig rekenen. Soms moet de leerling relevante informatie zelf uit een afbeelding of een tabel halen. Alle bewerkingen en problemen met getallen groter dan 100 kunnen rijgend of handig rekenend worden opgelost. De leerling kan echter ook kolomsgewijs of cijferend optellen en aftrekken, zoals dat tegenwoordig in de loop van groep 5 wordt geleerd.

## 5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

Bij dit onderwerp gaat het zowel om vermenigvuldigingen uit de tafels tot en met 10 als om vermenigvuldigingen daarbuiten. In het getalgebied tot 100 doen de problemen en contextloze producten een beroep op het gebruik van de verwissel- en verdeel-eigenschap van vermenigvuldigen om producten als  $4 \times 12$ ,  $16 \times 4$ ,  $2 \times 48$  en  $3 \times 24$  te bewerken. De problemen en kale bewerkingen in het getalgebied tot 1000 doen vooral een beroep op rekenen volgens de elementaire vormen van splitsend vermenigvuldigen ( $6 \times 18$  of  $18 \times 6$ ), de toepassing van deze procedures bij producten als  $4 \times 105$ ,  $3 \times 150$  en  $5 \times 125$  en het inzichtelijk gebruik van de tafels en de nul-regel bij producten als  $7 \times 60$ ,  $10 \times 12$ ,  $10 \times 25$  en  $40 \times 12$ .

De voorgelegde deelproblemen sluiten direct aan bij het onderwijsprogramma. De nadruk wordt gelegd op de oplossing van de meest voorkomende opdeelproblemen. De leerling kan deze problemen rekenend of redenerend oplossen, respectievelijk via herhaald optellen of

herhaald aftrekken, of gebruikmakend van een tafelproduct of van een bekende getalrelatie. Deze deelopgaven worden alleen in context aangeboden. Het formele deelteken wordt niet gebruikt.

## **6 Bewerkingen: complexere toepassingen**

Bij dit onderdeel moeten de leerlingen complexere probleemsituaties oplossen die meer dan één bewerking vereisen, bijvoorbeeld zowel optellen als delen. Deze problemen zijn om drie redenen complexer dan de problemen die bij vermenigvuldigen en delen worden voorgelegd. Ten eerste, omdat er meer relevante gegevens zijn die de leerling bij de modellering van de situatie correct met elkaar in verband moet brengen (de zogenaamde horizontale mathematisering van het probleem). Ten tweede, omdat de leerling stapsgewijs aan de slag moet gaan en dus het overzicht moet houden over aaneensluitende redeneringen en berekeningen. Ten derde, omdat het verhaal een beroep doet op het gecombineerde gebruik van meer typen operaties en bewerkingen. Om de verschillen tussen leerlingen te kunnen waarnemen worden bij deze vijfde peiling in een enkel geval ook problemen buiten het getalgebied tot 100 voorgelegd. Deze complexere problemen kunnen natuurlijk met uitrekenpapier worden opgelost.

## **7 Meten en meetkunde**

Bij dit onderwerp gaat het om twee onderdelen: meten en meetkunde. Bij meten ligt de nadruk op de notie van maten en maateenheden, het meten met en aflezen van ongestandaardiseerde en enkele gestandaardiseerde maateenheden en enkele eenvoudige herleidingen. Het betreft basiskennis en elementair begrip van lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud en gewicht. Bij meetkunde worden opgaven aangeboden over standpuntbepaling, lezen van plattegronden en ruimtelijk redeneren.

## **8 Tijd**

Bij dit onderdeel gaat het om zowel basiskennis en begrip van klokkijken en kalender lezen, als het toepassen van deze kennis in eenvoudige contextsituaties.

## **9 Geld**

Bij dit onderdeel gaat het om basiskennis en begrip van de euro. Bij de euro in de opgaven gaat het om elementaire geldhandelingen gevraagd die in alledaagse situaties voorkomen, zoals inwisselen, samenstellen en bij elkaar tellen van bedragen.

## **10 Verhoudingen**

In de peiling medio basisonderwijs doen de opgaven van dit onderwerp vooral een beroep op de meest elementaire vormen van verhoudingsdenken. De verhoudingen worden visueel met een afbeelding aan de leerlingen voorgelegd en/of worden in gewone omgangstaal beschreven. Er wordt dus geen formele verhoudingstaal gebruikt.





## 2 Het peilingsonderzoek

## 2 Het peilingsonderzoek

De belangrijkste aspecten van het peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde zijn de verschillende peilingsinstrumenten zoals vragenlijst en toetsen, de steekproef van scholen en leerlingen en de wijze waarop het onderzoek wordt uitgevoerd. We besluiten het hoofdstuk met een beschrijving van de kwalitatieve eigenschappen van de vaardigheidsschalen en met een toelichting op de in de rapportage gebruikte afbeeldingen.

Het vijfde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde in jaargroep 5 vond plaats in de periode januari-februari 2010. De periode van afname is daarmee gelijk aan de periode van de vierde afname waardoor resultaten tussen 2003 en 2010 goed vergelijkbaar zijn.

### 2.1 De peilingsinstrumenten

Met de peilingsinstrumenten wordt informatie verzameld over het onderwijsaanbod, de rekenvaardigheid van de leerlingen en over enkele achtergrondkenmerken van de leerlingen. Het onderwijsaanbod wordt – op overigens bescheiden schaal – geïnventariseerd met een aanbodvragenlijst. De rekenvaardigheid van de leerlingen wordt onderzocht met schriftelijke toetsen. Met de leerlingenlijst worden achtergrondgegevens van de leerlingen verzameld. Deze gegevens worden gebruikt voor het schatten van de effecten van leerlingkenmerken op de rekenprestaties van de leerlingen.

#### De aanbodvragenlijst

Gegevens over het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde worden geïnventariseerd met behulp van een schriftelijke aanbodvragenlijst. De vragenlijst is voorgelegd aan leraren van de jaargroepen 4 en 5, zodat in grote lijnen een beeld kan worden geschetst van enkele aspecten van het onderwijsaanbod in de onderbouw van het basisonderwijs. De lijst bevat vragen over:

- de methode, oefenmaterialen en computerprogramma's die voor het reken-wiskunde-onderwijs worden gebruikt;
- differentiatievormen, zorgverbreding en remediëring binnen het reken-wiskundeonderwijs;
- de werkervaring van de leraren.

In hoofdstuk 3 beschrijven we de resultaten van deze inventarisatie van het onderwijsaanbod.

#### De toetsen

Het onderzoeksdesign sluit aan bij het onderzoeksdesign van het vierde peilingsonderzoek, dat toen een ingrijpende wijziging betekende ten opzichte van de eerste drie peilingen. Net als in 2003 is er gekozen voor een onderzoeksdesign waarbij leerlingen in principe opgaven maakten over alle onderwerpen. Daardoor corresponderen de opgavenboekjes met de gebruikelijke opzet van rekentoetsen waarbij leerlingen immers ook opgaven over alle onderwerpen krijgen voorgelegd.

De totale opgavenverzameling van het specifieke PPON-onderdeel bestond uit 284 unieke PPON-opgaven, waarvan 75 opgaven afkomstig zijn uit eerder peilingsonderzoek om vergelijking over tijd mogelijk te maken, aangevuld met 130 opgaven uit het onderzoek voor het Leerling- en onderwijsvolgsysteem (LOVS) voor einde jaargroep 4, medio jaargroep 5 en einde jaargroep 5. Daarnaast zijn nog 15 opgaven voor het onderzoek “aftrekopgaven” meegenomen in het design (niet in de tabel opgenomen).

#### *Verdeling van de opgaven over de onderwerpen*

Onderwerp	PPON-opgaven	LOVS-opgaven
<b>Hoofdrekendictee</b>		
• Basisautomatismen optellen	24	12
• Basisautomatismen aftrekken	24	12
• Basisautomatismen vermenigvuldigen	16	6
• Basisautomatismen delen	8	0
Totaal	72	30
<b>Schriftelijke toetsopgaven</b>		
• Getallen en getalsrelaties	36	16
• Bewerkingen: optellen en aftrekken	36	16
• Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	32	16
• Bewerkingen: complexere toepassingen	18	12
• Meten en meetkunde	36	12
• Tijd en geld	36	14
• Verhoudingen	18	14
Totaal	212	100

De toetsen voor de basisautomatismen zijn klassikaal afgenomen, in de vorm van hoofdreken-dictees. De toetsleider las iedere opgave twee keer voor waarna de leerlingen vijf seconden antwoordtijd kregen. Bij deze toetsen was het de leerling niet toegestaan de vrije ruimte in het toetsboekje te gebruiken als uitrekenpapier. In totaal waren er 10 reken-dictees, waarbij elke opgave in twee verschillende dictees voorkwam. De lengte van deze dictees varieerde van 19 tot 23 opgaven.

De opgaven voor de acht overige onderwerpen zijn verdeeld over tien sets van elk rond de 90 opgaven (variërend van 89 - 97 opgaven) met dien verstande dat iedere opgave in minstens drie en soms in vier sets voorkwam. De opgaven van iedere set zijn vervolgens verdeeld over drie toetsboekjes van elk ongeveer 30 opgaven. De leerlingen maakten op een afnameochtend de drie toetsen van een – willekeurig toegewezen – set. Op deze manier hoeven leerlingen slechts een beperkt aantal opgaven te maken, maar kan in het onderzoek toch een uitspraak worden gedaan over de totale opgavenverzameling. Vrijwel alle opgaven waren open vragen, waarbij de leerling dus zelf het antwoord moet opschrijven. Leerlingen mochten onbeperkt in het boekje de opgave uitrekenen en eventuele tussenoplossingen noteren.

## Achtergrondkenmerken van de leerlingen

Met de leerlingenlijst bevragen we enkele achtergrondkenmerken van de leerlingen, zoals geslacht, leeftijd, herkomst en het formatiegewicht. De variabele leeftijd wordt daarbij omgezet in de variabele *leertijd* met de volgende twee categorieën:

- regulier, de leerlingen in jaargroep 5 die in dat schooljaar 9 jaar worden of jonger zijn;
- vertraagd, de oudere leerlingen.

Het formatiegewicht van de leerlingen is een factor die door de school kan worden gebruikt bij de bepaling van de formatieomvang van de school. In het schooljaar 2009-2010 golden voor de leerlingen in jaargroep 5 nieuwe formatiegewichten. De leerlingen worden daarvoor gecategoriseerd op basis van het opleidingsniveau van de ouders. Er worden drie categorieën onderscheiden:

- 1 de ouder heeft maximaal basisonderwijs of (v)so-zmlk gehad;
- 2 de ouder heeft maximaal lbo/vbo, praktijkonderwijs of vmbo basis- of kaderberoepsgerichte leerweg gedaan. Of de ouder heeft maximaal twee jaar onderwijs in een andere schoolopleiding in het voortgezet onderwijs aansluitend op het basisonderwijs gehad;
- 3 de ouder heeft na het basisonderwijs een verdergaande opleiding genoten.

De formatiegewichten zijn nu:

- 0.3 voor leerlingen van wie beide ouders of de ouder die belast is met de dagelijkse verzorging een opleiding uit categorie 2 heeft gehad;
- 1.2 voor leerlingen van wie één van de ouders een opleiding heeft gehad uit categorie 1 en de ander een opleiding uit categorie 1 óf 2;
- 0.0 voor leerlingen van wie één van de ouders of beide ouders een opleiding heeft gehad uit categorie 3.

Deze indeling levert een andere verdeling van leerlingen op over de drie gewichtscategorieën dan bij de vorige peiling. Bij de analyses van de verschillen tussen leerlingen zal met de gewijzigde definitie rekening gehouden moeten worden wanneer de resultaten van deze peiling worden vergeleken met die van de eerdere peilingen (zie ook paragraaf 2.4 en hoofdstuk 7).

## 2.2 De steekproef van scholen en leerlingen

### De stratumindeling voor de steekproeftrekking

Peilingsonderzoek vindt altijd plaats bij een steekproef van basisscholen. Uitgaande van een gemiddelde jaargroepgrootte van 25 leerlingen per school was de gewenste steekproefomvang bepaald op 100 basisscholen, ongeveer 2500 leerlingen.

Het is voortdurend aangetoond dat het formatiegewicht duidelijk is gerelateerd aan de resultaten van de leerlingen en wel in die zin dat een hoger formatiegewicht gepaard gaat met lagere leerprestaties. Dat geldt voor de oude formatiegewichten die tot het schooljaar 2009-2010 werden gebruikt en de verwachting is dat hetzelfde geldt voor de nieuwe formatiegewichten. Dat is ook het motief om aan de hand van deze formatiegewichten extra formatie aan de scholen ter beschikking te stellen. Om nu zoveel mogelijk te waarborgen dat de steekproef van leerlingen op het niveau van de formatiegewichten een adequate afspiegeling vormt van de schoolpopulatie wordt voor peilingsonderzoek een gestratificeerde steekproef getrokken op basis van een schoolscore die wordt bepaald aan de hand van de formatiegewichten. De schoolscore is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen (zie paragraaf 2.1) en bestaat uit de ratio van het gewogen aantal leerlingen en het nominale aantal leerlingen, met aftrek van een correctieterm van het gewogen aantal leerlingen. Deze correctie-

term bedraagt 9% van het nominale aantal leerlingen, waardoor de schoolscore (uitgaande van de voorheen geldende formatiegetallen) een bereik heeft van 0.91 tot 1.81. Op basis van de schoolscores zijn de basisscholen voor de steekproeftrekking in drie strata verdeeld. Hierbij is gebruikgemaakt van het teldatumbestand van 2008. Deze stratumindeling weerspiegelt in globale termen een indeling van de schoolpopulatie op basis van de sociaaleconomische achtergrond van de schoolbevolking.

De herdefinitie van het formatiegewicht heeft ook consequenties voor de variabele stratum, immers de variabele stratum is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen. De aangescherpte definitie van de formatiegewichten resulteert in minder leerlingen met een formatiegewicht. Dit heeft weer tot gevolg dat er in de populatie minder scholen zijn met een relatief hogere schoolscore. Bij een in vergelijking met vorige peilingen gelijkblijvende stratumindeling zouden er dan nog maar weinig scholen in stratum 2 en 3 voorkomen. Daarom is de stratumindeling aangepast. De stratumgrenzen zijn gelegd bij de schoolscores 1.00 en 1.20. Net als bij de variabele formatiegewicht is met de wijziging van de stratumdefinitie rekening gehouden in de analyses van de verschillen tussen leerlingen (zie paragraaf 2.4 en hoofdstuk 7).

#### *De stratumindeling van de basisscholen in 2008 (N=7039) en de steekproef*

Stratum	Schoolscore	Omschrijving	Omvang* in de populatie	Omvang in steekproef
Stratum 1	≤1.00	Overwegend leerlingen met formatiegewicht 1.00, weinig 1.90-leerlingen.	65%	57%
Stratum 2	1.01 - 1.20	Relatief meer 1.25-leerlingen, weinig 1.90-leerlingen	22%	28%
Stratum 3	>1.20	Vooraf 1.25- en 1.90-leerlingen	12%	15%

\* teldatumbestand oktober 2008

#### *De respons binnen de steekproef naar stratum*

	Strata			Totaal
	1	2	3	
Aangeschreven scholen	175	110	54	339
Positieve respons	54	26	14	94
Percentage positief	31%	24%	26%	28%

#### **De respons van scholen**

Naar rato van de omvang van ieder stratum binnen de populatie basisscholen is een basissteekproef van 98 scholen getrokken. Voor elke school in de basissteekproef worden reservescholen getrokken met dezelfde of meest naastgelegen schoolscore. Gegeven de respons uit de basissteekproef zijn in tweede instantie voor elke niet-deelnemende school in stratum 1 twee reservescholen, in stratum 2 vier reservescholen en in stratum 3 ook vier reservescholen aangeschreven. In totaal zijn er 339 scholen benaderd, waarvan er 94 (dat is 27,7%) aan het peilingsonderzoek hebben meegedaan. De redenen waarom scholen niet meedoen zijn verschillend, maar hebben vaak te maken met de werkdruk. De definitieve steekproefomvang is

94% van de beoogde omvang van de steekproef.

Er hebben in totaal 2194 leerlingen aan het peilingsonderzoek meegedaan en daarmee is de beoogde steekproefomvang gerealiseerd. De toetsen zijn door voldoende leerlingen gemaakt om een betrouwbaar beeld te kunnen schetsen van de vaardigheid in de populatie leerlingen.

#### De samenstelling van de steekproef van leerlingen

	% scholen	% leerlingen* jaargroep 5
<b>Stratum</b>		
• 1	65	64
• 2	25	28
• 3	10	7
<b>Geslacht</b>		
• jongens		51
• meisjes		49
<b>Leertijd</b>		
• regulier		81.2
• vertraagd		18.8
<b>Formatiegewicht</b>		
• 0.00		84.6
• 0.30		9.8
• 1.20		5.6
<b>Herkomst 1.90 leerlingen</b>		
• Turkije		3.3
• Marokko, Tunesië		3.5
• Griekenland, Joegoslavië		0.7
• Spanje, Italië, Portugal		1.0
• Sur., Ned. Ant. Aruba		4.1
• Overig/onbekend		5.2
Totaal aantal	94	1999

\* Wegens ontbrekende gegevens sommeren percentages niet altijd tot 100

Van 195 leerlingen ontbreken een of meer achtergrondgegevens.

Binnen elk stratum is de verdeling van de steekproef van scholen over de schoolscores representatief voor de verdeling in de populatie. Ook wat de regionale spreiding betreft, zijn er binnen de steekproef geen significante afwijkingen ten opzichte van de schoolpopulatie gevonden.

## 2.3 De uitvoering van het onderzoek

Het peilingsonderzoek vond plaats in de periode januari-februari 2010. Het onderzoek is uitgevoerd door vooraf geïnstrueerde toetsleiders. De toetsleiders bezochten meestal gedurende een ochtend een groep voor de afname van de toetsen.

Nadat de toetsleider zichzelf en het onderzoek kort had geïntroduceerd, kreeg elke leerling een mapje met daarin de drie rekentoetsen en een blad voor het hoofdrekenidictee. De toetsleider gaf vervolgens een klassikale instructie aan de hand van een drietal voorbeeldopgaven. De toetsleider was geïnstrueerd de leerlingen erop te wijzen dat zij de ruimte naast de opgaven in het boekje als uitrekenpapier mochten gebruiken.

Vóór de ochtendpauze maakten de leerlingen met een korte onderbreking twee rekentoetsen, na de ochtendpauze maakten zij de derde rekentoets. De afname werd afgesloten met het hoofdrekenidictee. In principe was er voor de afname van de schriftelijke rekentoetsen 40 tot 45 minuten gereserveerd, maar meestal duurde de afname van een toets niet veel langer dan 30 minuten.

De afnameprocedure voor het hoofdrekenidictee was dezelfde als in de vorige peiling.

De toetsleider las de opgaven twee keer hardop voor, waarna de leerling het antwoord op het antwoordblad noteerde. Op het antwoordblad stonden geen opgaven genoteerd, maar alleen de opgavenummers met antwoordstrepen. De leerlingen kregen voor iedere opgave 5 seconden antwoordtijd. De hoofdrekenidictees bevatten opgaven uit verschillende operaties, maar wel naar type operatie gegroepeerd. De toetsleider was geïnstrueerd de leerlingen te attenderen op een wijziging van operatietype. De afname van een hoofdrekenidictee duurde ongeveer 5 minuten.

## 2.4 De analyse van de resultaten

De opzet van de peiling betekent dat voor de analyse van de resultaten is gebruikgemaakt van twee gegevensbestanden:

- het gegevensbestand van het PPON-peilingsonderzoek in januari-februari 2010;
- het gegevensbestand van het PPON-peilingsonderzoek in januari-februari 2003.

Vanwege wijzigingen in de definitie van formatiegewicht worden rechtstreekse vergelijkingen van de eerdere onderzoeken met die van 2010 bemoeilijkt.

In eerste instantie zijn op basis van het geheel aan gegevensbestanden psychometrische analyses uitgevoerd met behulp van OPLM (Verhelst). Deze analyses hebben geresulteerd in tien vaardigheidsschalen, een voor elk onderwerp in de peiling. De tabel geeft een overzicht van de psychometrische eigenschappen van deze vaardigheidsschalen.

Psychometrische eigenschappen van de vaardigheidsschalen voor rekenen-wiskunde medio basisonderwijs

schaal	Discriminatie-indices			Verdeling van p-waarden op $S_T$ -toetsen											R1c-toets			Aantal leerlingen per opgave			
	aantal opgaven	range	geom. gem.	$\leq .05$	-.1	-.2	-.3	-.4	-.5	-.6	-.7	-.8	-.9	-.1.0	R1c	df	p	mediaan	gem.	min	max
1	88	1 tot 6	3	9	7	8	10	10	11	3	7	9	8	6	1332	1123	.00	580	704	519	1176
2	66	2 tot 4	3,02	4	3	6	10	5	2	8	9	8	6	5	685	614	.02	714	725	656	818
3	25	1 tot 5	3,07	2	2	3	2	2	1	1	3	2	1	5	142	132	.24	778	780	692	
4	89	1 tot 6	2,9	6	5	7	3	7	13	7	11	12	9	9	1295	1120	.00	574	688	519	1157
5	80	1 tot 5	2,85	2	5	9	4	11	8	4	11	9	11	6	1259	1047	.00	577	720	519	1182
6	42	2 tot 4	2,94	1	3	5	6	4	7	2	1	5	1	7	514	434	.00	563	700	519	1182
7	80	1 tot 6	3	1	6	8	10	8	2	6	10	16	10	3	1089	957	.00	574	669	519	1148
8	44	1 tot 5	3,06	0	3	6	2	2	7	8	3	3	5	5	495	435	.02	573	669	526	1186
9	37	1 tot 5	2,99	1	4	3	3	8	5	2	3	4	1	3	543	394	.00	576	710	535	1152
10	49	1 tot 4	3	5	3	5	10	3	4	4	4	3	4	4	800	591	.00	580	744	529	1178

Voor iedere vaardigheidsschaal is de omvang van de opgavenverzameling gegeven.

Range en geometrisch gemiddelde (geom.gem.) van de discriminatie-indices van deze opgaven. Deze indices bepalen de lengte van de op de vaardigheidsschalen afgebeelde IRT-segmenten: relatief hogere indices leiden tot kortere segmenten.

Overzicht van de overschrijdingskansen voor de  $S_T$ -toetsen (Verhelst, 1993).  $S_T$ -toetsen zijn bedoeld om tijdens de kalibratie van de opgavenverzameling modelschendingen op opgavenniveau te ontdekken. De tabel toont het eindresultaat van de kalibratie. In principe wordt een rechte verdeling verwacht over de onderscheiden intervallen, waarbij de eerste twee intervallen dan samengenomen moeten worden.

De R1c-toets is een globale toets die beschouwd kan worden als een combinatie van  $S_T$ -toetsen (Verhelst, 1993). De tabel bevat de toetsingsgrootte R1c, de vrijheidsgraden (df) en de overschrijdingskans (p).

Ten slotte vermeldt de tabel hoeveel leerlingen de opgaven hebben gemaakt. Omdat het hier geen standaard toetsen betreft maar opgavenverzamelingen, varieert meestal het aantal leerlingen per opgave in een verzameling. Per schaal wordt daarom de mediaan en het gemiddeld aantal leerlingen per opgave vermeld naast het minimum en maximum aantal (range).

Het kalibreren van een opgavenverzameling is vaak een omvangrijk werk. Het is hier niet de plaats om daar uitvoerig op in te gaan. In het intern projectmemo 'Kwaliteitscontrole van PPON-schalen' heeft Verhelst een aantal procedures bijeengezet die een rol kunnen spelen bij de kalibratie van de opgaven voor een vaardigheidsschaal. Zeker wanneer er onvoldoende passing wordt verkregen tussen opgaven en schaal, vinden er controles plaats op multidimensionaliteit



van de opgavenverzameling en van homogeniteit van de leerlingpopulatie met betrekking tot de opgaven. Uiteindelijk wordt een opgavenverzameling verkregen waarvoor in principe geldt dat a) individuele opgaven binnen het model passen, b) opgaven in verschillende groepen op dezelfde wijze functioneren, dus onafhankelijk van de groep (vrijwel) dezelfde itemparameters hebben, c) er zoveel mogelijk een homogene verdeling is van de p-waarden op de Si-toetsen over het interval (0,1) met zo weinig mogelijk significante waarden en waarbij d) de R1c-toets niet significant is. Geconstateerd moet worden dat het laatste criterium bij geen van de schalen, behalve *schaal 3 basisautomatismen vermenigvuldigen en delen*, het geval is. Dit kan toegeschreven worden aan het grote aantal waarnemingen op de opgaven waardoor relatief kleine verschillen toch significant worden. Additionele analyses hebben dan inmiddels uitgewezen dat verdergaande itemselecties geen bijdrage meer leveren aan een verbetering van de R1c-toets, waarop de schaal dus niettemin wordt geaccepteerd. Significante afwijkingen worden geacht weinig betekenis te hebben zolang de waarde van de R1c niet veel afwijkt (niet meer dan een factor 1.5) van het aantal vrijheidsgraden van de toetsingsgrootte. Bij geen van de vaardigheidsschalen wordt dit criterium overschreden.

Vervolgens is er per onderwerp een analyse uitgevoerd, waarvoor telkens de daarvoor relevante opgavenverzameling met de bijbehorende leerlinggegevens werden geselecteerd. De analyse betrof de gecombineerde gegevens van de gegevensbestanden van 2003 en 2010. Op basis van deze gegevens worden in de hoofdstukken 4 en 6 de vaardigheden van leerlingen beschreven evenals de verschillen tussen leerlingen in relatie tot formatiegewicht, geslacht, stratum en leertijd. In hoofdstuk 7 wordt op basis van deze gegevens de effecten van methode en afnamejaar gerapporteerd. Een complicerende factor bij deze laatste analyse is dat in de laatste peiling een nieuwe definitie van formatiegewicht van toepassing is. Als gevolg van deze herdefinities is ook de stratumindeling, die op de formatiegewichten gebaseerd is, aangepast.

## 2.5 De rapportage van de resultaten

In hoofdstuk 4 en 6 beschrijven we per onderwerp de resultaten van de leerlingen. Aan de hand van een reeks voorbeeldopgaven illustreren we voor ieder onderwerp over welke kennis en inzichten leerlingen op verschillend niveaus van vaardigheid beschikken en maken we verschillen tussen groepen leerlingen zichtbaar. Deze onderzoeksresultaten worden in een figuur afgebeeld. Enerzijds wordt de figuur daardoor complex, anderzijds illustreert zo'n afbeelding de samenhang tussen de verschillende resultaten. Op de volgende pagina's wordt een toelichting op de gebruikte figuren gegeven.

De afbeelding bestaat uit een brede kolom aan de linkerzijde en vier smallere kolommen aan de rechterzijde. In het linkergedeelte staan afgebeeld:

- de vaardigheidsschaal met de verdeling in de leerlingpopulatie;
- de moeilijkheidsgraad van een aantal opgaven.

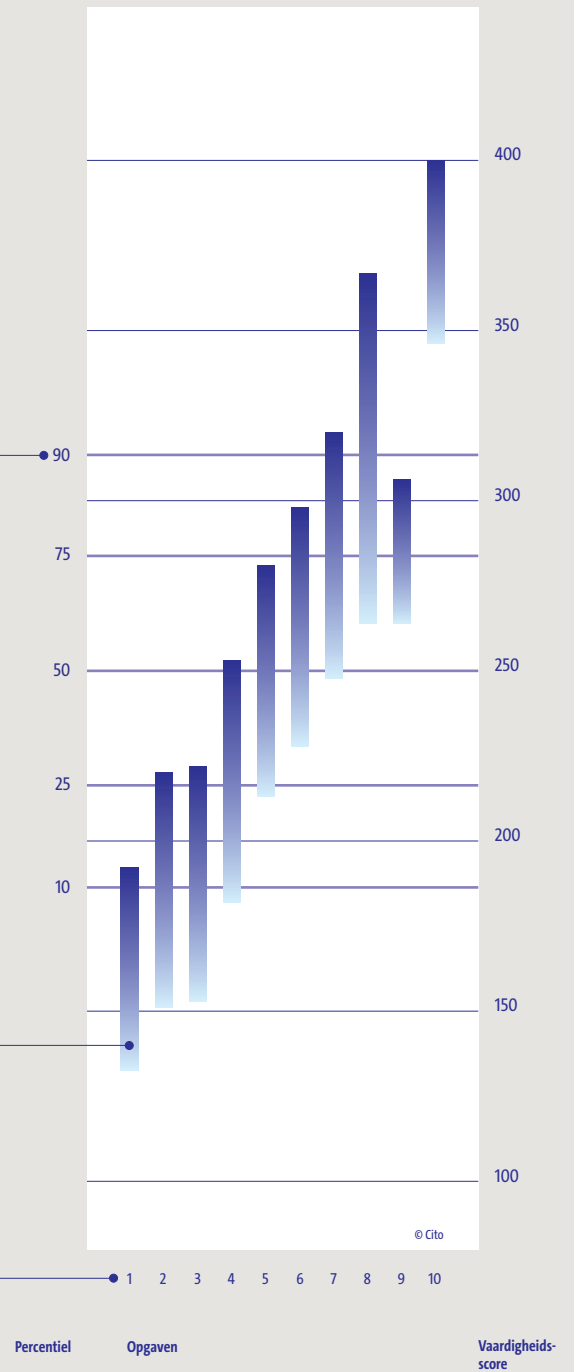
In het rechterdeel van de afbeelding staan de vaardigheidsverdelingen van een aantal groepen leerlingen. Weergegeven zijn de vaardigheidsverdelingen voor de verschillende niveaus van drie variabelen, te weten formatiegewicht, geslacht en leertijd.

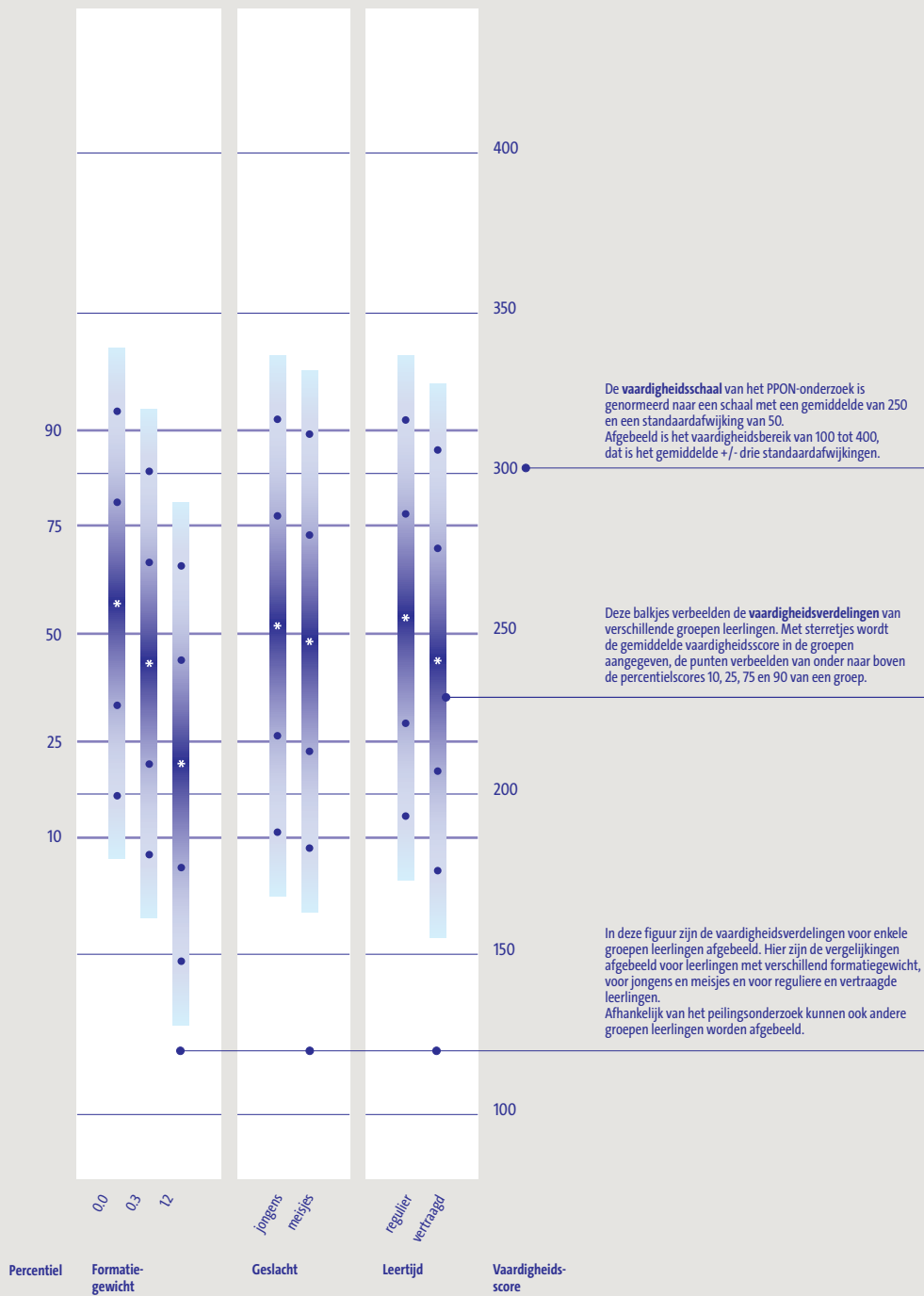
## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Een voorbeeld

Met de **percentielscores** 90, 75, 50, 25 en 10 wordt de vaardigheidsverdeling in de leerlingpopulatie aangegeven. Percentiel 25 betekent dat 25% van de leerlingen een lagere score heeft en dus 75% van de leerlingen daarboven scoort.

Balkjes illustreren de **moeilijkheidsgraad** van de opgaven. De bovengrens van het balkje geeft het niveau aan waarop leerlingen de opgave voor 80% goed maken. Leerlingen met deze of een hogere score beheersen deze opgave goed. Leerlingen met vaardigheidsscores binnen het bereik van het balkje beheersen de opgave matig, uiteenlopend van redelijk goed in het donkere gebied tot net voldoende in het meest lichte gebied. De ondergrens van het balkje geeft het niveau aan waarop leerlingen de opgave voor 50% goed maken. Leerlingen met deze of een lagere score beheersen deze opgave onvoldoende.

Op deze vaardigheidsschaal is de moeilijkheidsgraad van **10 opgaven** afgebeeld. Deze opgaven zijn als voorbeeldopgaven in de balans opgenomen en worden meestal in volgorde van moeilijkheidsgraad afgebeeld.





## De vaardigheidsschaal en de verdeling in de leerlingpopulatie

De vaardigheidsschalen zijn geconstrueerd met behulp van een zogenoemd itemresponsmodel. De aanname is dat de vaardigheid zoals die met de schaal gemeten wordt, bij benadering normaal verdeeld is in de populatie. De maatverdeling op de schaal is ter vrije keuze. In PPON is ervoor gekozen om het landelijk gemiddelde van de leerlingpopulatie in de onderzoeksgroep – medio jaargroep 5 in 2010 – op schaalwaarde 250 te stellen en de standaardafwijking op 50. De vaardigheidsschaal wordt steeds afgebeeld tussen de vaardigheidsscores van 100 tot 400, een bereik dus van drie standaardafwijkingen boven en drie onder het gemiddelde van 250. Geheel rechts in de figuur staan de vaardigheidsscores vermeld, oplopend met een waarde van 50. Links op de schaal zijn enkele percentielen weergegeven, en wel percentiel 10, 25, 50, 75 en 90. Een percentiel geeft aan hoeveel procent van de leerlingen in de populatie de betreffende of een lagere vaardigheidsscore heeft. Ter illustratie: percentiel 25 ligt op vaardigheidsscore 216. Dit betekent dat 25% van de leerlingen een score van 216 of lager heeft. Percentiel 50 ligt uiteraard op vaardigheidsscore 250.

## De moeilijkheidsgraad van de opgaven

Een bekende manier om de moeilijkheidsgraad van een opgave aan te geven, is de zogenoemde p-waarde. Een p-waarde van 0.80 betekent dat 80% van de leerlingen die opgave correct heeft beantwoord. Een opgave met een p-waarde van 0.50 is moeilijker, omdat nu slechts de helft van de leerlingen de opgave juist heeft gemaakt.

Een opgave is echter niet voor alle leerlingen even moeilijk te maken. Over het algemeen zal gelden dat naarmate een leerling een onderwerp beter beheerst, hij of zij een grotere kans heeft om een opgave over dat onderwerp goed te beantwoorden. Die relatie wordt voor een aantal opgaven afgebeeld in de linker kolom van de figuur met verticale balkjes. Het verticale balkje begint op het punt dat de kans om die opgave goed te maken 0,5 is. Naarmate een opgave moeilijker is, zal dat beginpunt steeds hoger op de schaal komen te liggen. Het balkje eindigt op het punt dat de kans op het correcte antwoord 0,8 bedraagt. Het kleurverloop in het balkje, van lichter naar donkerder, symboliseert de toename in de kans om de opgave goed te maken. De opgaven zijn gerangschikt op het 0,8 punt.

Aan de hand van het balkje onderscheiden we drie niveaus in de beheersing van een opgave, zoals ook de legenda laat zien:

- We spreken van *goede beheersing* wanneer de kans op een goed antwoord groter is dan 0,8. De leerling heeft dan een vaardigheidsscore die hoger ligt dan het balkje aangeeft.
- Wanneer de kans op een goed antwoord tussen 0,5 en 0,8 ligt, spreken we van een *matige of redelijke beheersing*. Dit gebied op de vaardigheidsschaal komt dus overeen met wat het balkje weergeeft.
- We spreken van *onvoldoende beheersing* van een opgave wanneer de kans op een goed antwoord kleiner is dan 0,5. De vaardigheidsscore van de leerling ligt dan onder het beginpunt van het balkje.

Laten we ter verdere illustratie opgave 7 nemen. Leerlingen met vaardigheidsscore 250 hebben een kans van 0,5 om die opgave goed te maken. Leerlingen met een lagere vaardigheidsscore beheersen opgave 7 dus onvoldoende. Als we nu naar de percentiellijnen kijken, dan zien we dat 50% van de leerlingen een vaardigheidsscore heeft die lager is dan 250. Daaruit kunnen we concluderen dat 50% van de leerlingen deze opgave onvoldoende beheerst. Dit betekent overigens niet dat alle leerlingen met een score lager dan 250 deze opgave altijd fout zullen maken. Het betekent wel dat als deze leerlingen tien van deze opgaven zouden maken, ze er gemiddeld minder dan de helft van goed maken.

Dezelfde leerlingen met vaardigheidsscore 250 (eigenlijk 252) hebben een kans van 0,8 om opgave 4 goed te maken. Leerlingen met deze of een hogere vaardigheidsscore beheersen deze opgave dus goed. Zij zullen gemiddeld minder dan twee op de tien soortgelijke opgaven fout

maken. Uit de percentiellijnen kunnen we weer afleiden dat ongeveer 50% van de leerlingen een hogere vaardigheidsscore heeft en opgave 4 dus goed beheerst. De ondergrens van het balkje voor opgave 4 ligt ongeveer bij vaardigheidsscore 185. Leerlingen met een vaardigheidsscore tussen 182 en 252 beheersen opgave 4 matig.

De afgebeelde opgaven vormen een selectie van alle opgaven op de schaal en zijn met zorg gekozen. Zij vormen enerzijds een goede afspiegeling van de inhoudelijke aspecten die met de opgaven worden gemeten. Anderzijds bestrijken zij een groot bereik van de vaardigheidsschaal, dat wil zeggen dat zij een goed beeld geven van de spreiding van de moeilijkheidsgraad van de opgaven over de gehele schaal.

### **De vaardigheidsverdelingen van groepen leerlingen**

In het rechter gedeelte van de figuur zijn de vaardigheidsverdelingen van verschillende groepen leerlingen afgebeeld. Dat kan per peilingsonderzoek verschillen. In deze figuur betreft het de vergelijking tussen leerlingen naar formatiegewicht, geslacht en leertijd. Voor iedere onderscheiden groep leerlingen wordt de geschatte vaardigheidsverdeling afgebeeld. Bij deze vaardigheidsverdelingen is niet gecorrigeerd voor andere factoren die mogelijk van invloed zijn op de resultaten. De wijze van afbeelding laat een vergelijking toe tussen de prestaties van de leerlingen wat betreft de variabelen:

- formatiegewicht, met de niveaus 0, 0.3 en 1.2;
- geslacht, met de niveaus jongen en meisje; en
- leertijd, met de niveaus regulier en vertraagd.

We onderscheiden voor iedere groep leerlingen vijf percentielpunten op de vaardigheidsschaal. De gemiddelde vaardigheidsscore van een groep (percentiel 50) is met een wit sterretje aangeduid. In dit geval leert de figuur ons bijvoorbeeld dat de gemiddelde vaardigheidsscore van 0-leerlingen 259 bedraagt, van 0.3-leerlingen 238 en van 1.2-leerlingen 209.

De verschillen in vaardigheidsniveaus tussen de onderscheiden groepen leerlingen kunnen vervolgens inhoudelijke betekenis krijgen aan de hand van de voorbeeldopgaven. Zo beheerst de gemiddelde 0-leerling in dit geval de eerste vier opgaven goed en de opgaven 5, 6 en 7 redelijk goed tot matig, terwijl de gemiddelde 1.2-leerling alleen de eerste opgave goed beheerst en de opgaven 2, 3 en 4 matig.

Op een vergelijkbare manier illustreert de afbeelding ook de verschillen tussen jongens en meisjes en tussen de leertijdniveaus regulier en vertraagd.



### 3 Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde

# 3 Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde

Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde in de onderbouw van het basisonderwijs is met behulp van een schriftelijke vragenlijst geïnventariseerd. De aanbodinventarisatie betreft het gebruik van reken-wiskundemethoden, aspecten van differentiatie en remediëring, en achtergrondgegevens van leraren.

We hebben het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde in kaart gebracht met behulp van een vragenlijst. Deze is ingevuld door leraren van de jaargroepen 4 en 5. De vragenlijsten hebben betrekking op achtergrondgegevens van leraren, de inzet van leermiddelen, de hoeveelheid tijd die leraren aan het reken- en wiskundeonderwijs besteden en de mate van differentiatie die ze toepassen in de klas. Het aantal scholen in dit onderzoek bedroeg 99. Van de leraren in jaargroep 4 heeft 85% de vragenlijsten teruggestuurd en van de leraren in jaargroep 5 91%. In de vorige peiling van 2003 deden in totaal 145 scholen mee. Het verschil in deelname wordt veroorzaakt door het feit dat er in 2003 ook scholen zijn benaderd in het kader van een onderzoek voor het leerlingvolgsysteem. In principe geeft analyse van de vragenlijsten ook in 2010 op hoofdlijnen een beeld van de lessen rekenen-wiskunde halverwege het basisonderwijs. We maken echter een uitzondering voor enkele vragen die niet door alle respondenten zijn beantwoord. In dat geval moeten we een voorbehoud maken, omdat we te weinig gegevens hebben om uitspraken te kunnen doen over de landelijke situatie. In de tekst hebben we steeds aangegeven wanneer er van zo'n voorbehoud sprake is.

## 3.1 Achtergrondgegevens van leraren

Het reken-wiskundeonderwijs in jaargroep 4 en 5 wordt ongeveer even vaak door een oudere als door een jongere leerkracht gegeven. De leeftijdsopbouw van de leraren is vrij evenwichtig. Er is geen sprake van een duidelijke vergrijzing of verjonging van het onderwijzend personeel.

*Leeftijdsopbouw leraren per jaargroep (% leraren)*

	jaargroep 4	jaargroep 5
jonger dan 25 jaar	11	11
25-35 jaar	31	31
36-45 jaar	11	17
46-55 jaar	33	30
ouder dan 55 jaar	14	11



Het merendeel van de leraren dat reken- en wiskundeonderwijs geeft in groep 4 of 5 heeft meer dan 10 jaar ervaring. Het aantal leraren dat slechts een beperkte hoeveelheid ervaring heeft (0-10 jaar) is echter ook aanzienlijk (41%). Dit wijst op een zekere mate van verloop. De vragenlijst bevatte ook een vraag over het aantal jaren dat men les had gegeven in de huidige groep. Analyse van de antwoorden op die vraag leverde een identieke tabel op als die hieronder staat. Dat wijst erop dat er relatief weinig mobiliteit is onder leraren die reken- en wiskundeonderwijs geven. Als men eenmaal lesgeeft in een bepaalde groep, gaat men blijkbaar niet snel meer voor een andere groep staan.

*Onderwijservaring van leraren per jaargroep (% leraren)*

	jaargroep 4	jaargroep 5
0-2 jaar leservaring	7	10
3-5 jaar leservaring	20	18
6-10 jaar leservaring	15	13
11-20 jaar leservaring	24	24
21-30 jaar leservaring	20	13
31-40 jaar leservaring	12	20
41 jaar of meer leservaring	1	1

Het opleidingsniveau van de leraren kwam ook in de vragenlijst aan de orde. Uit de antwoorden komt naar voren dat er bij de scholen die deelnamen aan het onderzoek geen onbevoegde leraren voor de klas stonden. Iets meer dan de helft van de respondenten gaf aan de pabo te hebben afgerond, terwijl ongeveer een derde een diploma op zak heeft van de Pedagogische Academie, de kweekschool of kleuteropleiding. Het aantal zijinstromers was in dit onderzoek slechts zeer laag.

*Opleidingsniveau leraren per jaargroep (% leraren)*

	jaargroep 4	jaargroep 5
De lerarenopleiding is niet afgerond/stage	0	0
Pabo	51	54
Zijinstroom lerarenopleiding PO	4	3
PA, kweekschool of kleuteropleiding	40	31
Lerarenopleiding voortgezet onderwijs	1	2
Meerdere opleidingen: twee opties aangekruist	4	9

De laatste vraag met betrekking tot achtergrondkenmerken van leraren ging over bijscholing. Uit de antwoorden komt naar voren dat cursussen over pedagogisch/didactisch handelen, zorgverbreding (omgaan met verschillen) en schoolzelfevaluatie het meest populair waren. In de categorie Overig (zie tabel op bladzijde 40) werd de cursus *Met sprongen vooruit* genoemd, evenals een cursus over dyscalculie. Deze laatste cursus werd maar door een heel gering aantal leraren genoemd.

### Vakgebied bijscholingscursus per jaargroep (% leraren)

	jaargroep 4	jaargroep 5
Pedagogisch/didactisch handelen	15	15
Doorgaande leerlijn rekenen	8	8
Zorgverbreding: omgaan met verschillen	16	28
Schoolzelfevaluatie	12	8
Evaluatie van de voortgang op het niveau van de groep	9	3
Gebruik van computers in de rekenles	7	9
Overig	32	28

## 3.2 Inzet van leermiddelen

De antwoorden op de vragenlijsten laten zien dat er in feite maar vier methoden zijn die gebruikt worden in het reken- en wiskundeonderwijs halverwege de basisschool. Dat zijn: *Alles telt*, *Pluspunt*, *Rekenrijk* en *De wereld in getallen*. Het grootste marktaandeel is in handen van de makers van *Pluspunt*, gevolgd door *De wereld in getallen*. Aangezien beide methoden door Malmberg worden uitgegeven, houdt dit in dat ongeveer drie op de vier leraren werkt met een methode van deze uitgever. De methoden van Noordhoff (*Rekenrijk*) en ThiemeMeulenhoff (*Alles telt*) worden elk slechts door zo'n één op de tien leraren gebruikt.

In vergelijking met de vorige peiling in 2003, valt op dat het gebruik van de methode *Alles telt* het meest is toegenomen. In 2003 werkte immers nog vrijwel geen enkele school met deze methode. In vergelijking daarmee is een marktaandeel van 10% in 2010 heel behoorlijk. Het gebruik van de drie andere methodes die hierboven worden genoemd is ten opzichte van 2003 min of meer gestabiliseerd.

De hoofdmethode blijkt een groot deel van de lessen in het reken- en wiskundeonderwijs te bepalen. Een grote meerderheid (minstens 4 van de 5 leraren) geeft aan meer dan 90% van de methode te volgen. Een kleine minderheid slaat wel eens onderdelen uit de methode over, maar behandelt toch nog altijd 60 tot 90% van de aangeboden stof. Daarmee kunnen we stellen dat de hoofdmethode een groot stempel drukt op het reken- en wiskundeonderwijs.

### Methodegebruik (hoofdmethode) per jaargroep (% leraren)

	jaargroep 4	jaargroep 5
Alles telt	11	10
Pluspunt (nieuw)	55	51
Pluspunt (oud)	0	1
Rekenrijk	9	10
De wereld in getallen (3de versie europroof)	24	25
De wereld in getallen (2de versie)	0	1
Overige	1	1

Naast de hoofdmethode gaven de leraren aan ook aanvullende materialen te gebruiken voor instructie, oefening en remediëring. Een tiental leermiddelen werd met enige regelmaat genoemd. Deze worden onder andere ingezet om leerlingen die slechter of juist beter presteren

dan de gemiddelde leerling vooruit te helpen. Sommige leermiddelen kunnen zelfs in beide gevallen worden ingezet. Ook gaven sommige leraren aan meerdere aanvullende middelen naast elkaar te gebruiken. Ondanks de verscheidenheid aan materialen lijkt de markt slechts in handen te zijn van een beperkt aantal uitgevers: Ambrasoft, Malmberg, Menne Instituut en Abimo. Onze indruk is dat Malmberg het grootste aandeel heeft veroverd. Het aantal respondenten dat deze vraag beantwoordde was echter onvoldoende groot om dit met volledige zekerheid te kunnen zeggen.

*Gebruik van aanvullende materialen per jaargroep (aantal leraren)*

	jaargroep 4	jaargroep 5	ingezet voor ...
Ambrasoft		4	zowel lage als hoge rekenvaardigheid
Oefenboekjes Rekenen o.a. Eenmaal Andermaal (Malmberg)	11	4	zowel lage als hoge rekenvaardigheid
Kien (Malmberg)	6	6	hoge rekenvaardigheid
Maatwerk (Malmberg)	31	25	vooral lage, maar soms ook hoge rekenvaardigheid
Met sprongen vooruit (Menne Instituut)	14		zowel lage als hoge rekenvaardigheid
Mijn Tafelboek (Abimo)		4	zowel lage als hoge rekenvaardigheid
Plustaken / Pluswerkboek (meerdere uitgevers)	13	10	hoge rekenvaardigheid
Stenvert: Rekenmeesters, Rekenmakers (Abimo)	19	11	zowel lage als hoge rekenvaardigheid
Remelka (Malmberg)	10	8	lage rekenvaardigheid
Somplex (Abimo)		6	hoge rekenvaardigheid

Computerprogramma's zijn een aparte groep in de leermiddelen die naast de hoofdmethode worden gebruikt. In de vragenlijst hebben we daarom speciaal gevraagd naar het gebruik van digitale leermiddelen. Vervolgens hebben we in de analyse een uitsplitsing gemaakt naar programma's bij reguliere methoden en programma's die naast elke methode gebruikt kunnen worden. Voor de programma's bij de reguliere methodes geldt dat het gebruik daarvan overeenkomt met het gebruik van de hoofdmethodes. De aantallen respondenten zijn ook hier echter te klein om dit met zekerheid te kunnen stellen. Leraren die een computerprogramma gebruiken dat losstaat van de methode lijken voor het merendeel te kiezen voor materiaal van Ambrasoft. Overigens geeft een kwart tot een derde van de leraren aan meerdere digitale

leermiddelen naast elkaar te gebruiken. Meestal gaat het daarbij om een combinatie van software bij de methode en een los te gebruiken computerprogramma.

*Gebruik van methodegebonden computerprogramma's per jaargroep (aantal leraren)*

	jaargroep 4	jaargroep 5
Alles telt (ThiemeMeulenhoff)	6	6
Pluspunt (Malmberg)	20	16
Rekenrijk (Noordhoff)	1	2
De wereld in getallen (Malmberg)	9	8

*Gebruik van op zichzelf staande computerprogramma's per jaargroep (aantal leraren)*

	jaargroep 4	jaargroep 5
Ambrasoft	44	48
Hoofdwerk (NIB software)	8	6
Maatwerk (Malmberg)	17	18

### 3.3 Tijd voor reken- en wiskundeonderwijs

De ondervraagde leraren ruimen elke schooldag bijna een uur in voor rekenen en wiskunde. In totaal komt het neer op 4 uur en bijna 40 minuten reken- en wiskundeonderwijs per week. Dat is minder dan in 2003. Toen werd er per week gemiddeld 5 uur besteed aan rekenen en wiskunde in de jaargroepen 4 en 5.

*Tijd voor reken- en wiskundeonderwijs per jaargroep (in minuten)*

	jaargroep 4	jaargroep 5
maandag	56	57
dinsdag	56	57
woensdag	52	56
donderdag	56	58
vrijdag	54	55
totaal in uren	4 uur en 34 min	4 uur en 38 min

Negen van de tien leraren ruimt extra tijd in voor reken- en wiskundeonderwijs aan de 25% zwakste leerlingen. De hoeveelheid extra tijd deze leerlingen krijgen varieert. Bij twee derde tot drie kwart van de leraren gaat het óf om 0 tot 20 minuten óf om 20 tot 40 minuten bovenop de normale hoeveelheid lestijd. Ongeveer één op de vijf leraren geeft de zwakste leerlingen meer dan 40 minuten extra tijd.

Negen van de tien leraren treft ook voorzieningen voor de 25% leerlingen die het sterkst zijn in rekenen en wiskunde. Bij hen gaat het niet zozeer om extra lestijd, maar eerder om een aanpassing van de lesstof. Daartoe worden de aanvullende leermiddelen gebruikt die hiervoor aan de orde zijn geweest.

### 3.4 Differentiatie

De laatste vraag in de vragenlijst had betrekking op differentiatie. Aan leraren is gevraagd welke organisatievormen ze toepassen in hun reken- en wiskundeonderwijs. Men kon uit vier verschillende vormen kiezen, van een klassikaal frontale benadering tot een aanpak die helemaal op maat is gesneden. Analyse van de antwoorden wijst uit dat verreweg de meeste populaire benadering inhoudt dat de instructie voor alle leerlingen gelijk is, maar dat de oefenstof wordt aangepast aan de capaciteiten van de leerling. 14 à 20% van de leraren kiest voor een organisatievorm die nog een stap verder gaat: het aanbieden van zowel de instructie- als de oefenstof per tempogroep.

Maken we de vergelijking met de peiling van 2003, dan zien we een verschuiving optreden naar organisatievormen die differentiatie mogelijk maken. Organisatievorm 2 (zie tabel) is onverminderd populair gebleven, maar we constateren een afname van het aantal leraren dat kiest voor organisatievorm 1. Deze afname is ten gunste van organisatievorm 3. Dit is overigens een ontwikkeling die we niet alleen constateren bij rekenen-wiskunde, maar ook bij taal. Het vermoeden is daarom dat deze trend ingegeven wordt door ontwikkelingen op het gebied van pedagogisch-didactisch handelen in het algemeen, en niet door vernieuwingen binnen het reken- en wiskundeonderwijs in het bijzonder.

*Organisatievorm per jaargroep (% leraren)*

	jaargroep 4	jaargroep 5
1 instructie en oefenstof voor iedereen gelijk	11	9
2 instructie voor iedereen gelijk, oefenstof gedifferentieerd	69	76
3 instructie en oefenstof aangeboden per tempogroep	20	14
4 instructie en oefenstof individueel aangeboden	0	1



# 4 Getallen en bewerkingen

## 4 Getallen en bewerkingen

In dit hoofdstuk beschrijven we de opbrengsten van het onderwijs voor het deelgebied Getallen en bewerkingen. We onderscheiden in dit deelgebied zes onderwerpen en beschrijven steeds per onderwerp de getoetste leerinhouden en vervolgens wat leerlingen medio jaargroep 5 begrijpen en kunnen. Op basis van deze gegevens wordt de voortgang van leerlingen in de vorm van een ontwikkelingslijn beschreven. We vergelijken de prestaties van verschillende groepen leerlingen.

In de tweede helft van de jaren tachtig is het aanvankelijk rekenen en de verdere uitwerking daarvan in het basisonderwijs structureel herzien (Treffers en de Moor, 1999). De leerlijnen en tussendoelen van het Tal-team geven aan hoe leerlingen, volgens de uitgangspunten van het nieuwe programma, handig en flexibel leren rekenen, daarbij gebruikmakend van hun begrip van en gevoel voor getallen en operaties en van geleerde rekenfeiten, regels en geautomatiseerde vaardigheden.

In het deelgebied *Getallen en bewerkingen* onderscheiden we drie sterk met elkaar verweven onderdelen:

- *Getallen en getalrelaties*, waarbij we afzonderlijk de vaardigheden van leerlingen in het getalgebied tot 100 en het getalgebied tot 1000 zullen beschrijven;
- *Basisautomatismen*, met het onderwerp *optellen en aftrekken* waarbinnen we afzonderlijk vaardigheden beschrijven in het getalgebied tot 100 en het getalgebied tot 1000 en het onderwerp *vermenigvuldigen en delen*;
- *Bewerkingen* met ook hierbinnen het onderwerp *optellen en aftrekken* en afzonderlijk aandacht voor bewerkingen in het getalgebied tot 100 en het getalgebied tot 1000, het onderwerp *vermenigvuldigen en delen* en het onderwerp *complexere toepassingen*.

Bij het onderwerp *Getallen en getalrelaties* ligt de nadruk op:

- betekenis geven aan en zinvol opereren met getallen in alledaagse toepassingsituaties;
- het begrijpen van het positie-systeem op basis van de samenhang tussen de tientallige structuur van de getallen (tientallig splitsen: positiewaarden) en hun plaats op de getallenlijn (positioneren: ruimtelijke relaties);
- de geleidelijke formele organisatie van getallen in netwerken, gebruikmakend van verschillende getalstructuren en rekeneigenschappen.

De nadruk bij de *Basisautomatismen* ligt nu ook niet louter meer op de reconstructie van de verschillende tafels, maar meer op het vaststellen:

- in welke mate leerlingen de getallen waarmee ze rekenen in netwerken geordend hebben;
- in hoeverre leerlingen elementaire hoofdrekenprocedures hebben geautomatiseerd.



Bij de *Bewerkingen* ligt de nadruk op:

- de progressieve schematisering van telprocedures in elementaire vormen van structurerend hoofdrekenen;
- het begrip en gebruik van de (omgekeerde) relatie tussen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen;
- de ontwikkeling van diverse rekenprocedures via het toepassen van adequate vormen van rijgen, splitsen en variarekenen;
- de geleidelijke automatisering van standaard hoofdrekenprocedures (algoritmisches rekenen);
- het adequaat leren oplossen van elementaire en complexere toepassingsproblemen (“strategisch” rekenen).

## 4.1 Getallen en getalrelaties

### Inhoud

In de huidige vijfde peiling is, net als bij de eerste en vierde peiling, uitgegaan van één vaardigheidsschaal die Getallen en getalrelaties is genoemd.

De onderdelen Tellen en ordenen en Structureren zijn geen zelfstandige onderwerpen zoals dat in de tweede en derde peiling wel het geval was. Tellen en ordenen en Structureren zijn ondergebracht bij het onderwerp Getallen en getalrelaties.

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis van natuurlijke getallen zowel in allerlei gebruikssituaties als in het geheel van de getallenrij. Binnen het onderwerp onderscheiden we vier aspecten.

- Analyseren en positioneren:
  - bepalen van de waarde van cijfers in getallen;
  - inzicht in de plaats van de getallenrij; onder andere globaal en precies plaatsen van natuurlijke getallen op de getallenlijn, de plaats van de getallen op de getallenlijn herkennen, getallen plaatsen tussen andere getallen in de telrij;
  - uitspraak en schrijfwijze van getallen; natuurlijke getallen omzetten naar cijfers en omgekeerd.
- Tellen en samenstellen:
  - resultaatief tellen;
  - structurerend tellen;
  - verder/terug tellen in stappen van 1 of andere eenheden (bijvoorbeeld 2, 5, 10, 25, 50, 100, 1000).
- Structureren:
  - een hoeveelheid of getal splitsen in meer groepen die al dan niet gelijk zijn;
  - splitsen in parten op basis van positiewaarde;
  - ontbinden in factoren (bijvoorbeeld  $630 = 6 \times 100 + 3 \times 10$ , of  $630 = 63 \times 10$ ).
- Vergelijken en afronden:
  - hanteren van de begrippen meer, minder, evenveel;
  - bepalen van het kleinste, grootste getal;
  - getallen in juiste volgorde zetten, van klein naar groot en omgekeerd;
  - aangeven welk getal het dichtst in de buurt van een gegeven getal ligt.

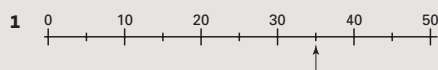
Het onderwerp bevat zowel opgaven in het getalgebied tot 100 als opgaven in het getalgebied tot 1000. De opgaven zijn geanalyseerd binnen een gemeenschappelijke schaal. Om meer gedetailleerd de vaardigheden van de leerlingen te kunnen beschrijven worden de resultaten van de leerlingen op de opgaven voor de twee getalgebieden afzonderlijk gepresenteerd.

## Wat leerlingen kunnen

### Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 100

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 3 en 5 redelijk. De voorbeeldopgaven 4 en 6 tot en met 13 beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende. De percentiel-10 leerlingen kunnen op een getallenlijn waarop de tientallen staan afgebeeld (0-10-20-30-40-50) het getal aangeven dat halverwege tussen twee tientallen staat, zoals bij voorbeeldopgave 1, waar moet worden aangegeven welk getal precies in het midden tussen 30 en 40 staat. Ook kunnen zij van een verzameling getallen onder de 100 aangeven welke getallen groter zijn dan een bepaald getal zoals in de tweede voorbeeldopgave. Daarin moeten de leerlingen aangeven welke getallen groter zijn dan 68. De plaats aangeven van een getal onder de 100 op een getallenlijn waarbij de tientallen niet zijn gegeven, zoals bij voorbeeldopgave 3, wordt redelijk beheerst. Ook is er een redelijke beheersing van een contextopgave waarbij de leerling de plek van een getal in een bepaald patroon moet bepalen, zoals dat bij voorbeeldopgave 5 het geval is.

### Voorbeeldopgaven 1-5 Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 100



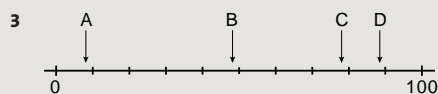
Welk getal moet bij de pijl staan?

2

	70	
81		67
59		49

Welke getallen uit het hok zijn groter dan 68?

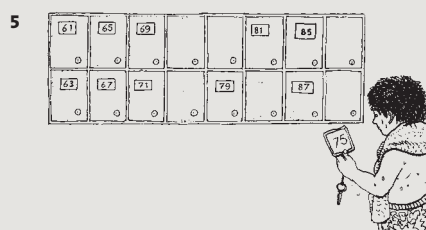
\_\_\_\_\_



Welke pijl wijst het getal 78 aan?

4 Leon en Marieke verdelen 100 knikkers.  
Leon krijgt 52 knikkers.

Marieke krijgt \_\_\_\_\_ knikkers.



De kleren van Ben zitten in kastje 75.

Zet een kruisje op dat kastje.

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed. Voorbeeldopgaven 5 en 6 beheerst de percentiel-25 leerling redelijk. De voorbeeldopgaven 4 en 7 worden matig beheerst door de percentiel-25 leerling. De voorbeeldopgaven 8 tot en met 13 beheerst de percentiel-25 leerling onvoldoende. De percentiel-25 leerling is goed in staat een getal op een getallenlijn aan te geven waar de tientallen slechts als streepjes zijn afgebeeld (zie voorbeeldopgave 3). De percentiel-25 leerling heeft een matige beheersing van een opgave waarbij het verschil tussen 100 en 52 bepaald moet worden (voorbeeldopgave 4). Een opgave tot 100

waarbij tientallen en vijftallen bij elkaar opgeteld moeten worden, wordt door de percentiel-25 leerling redelijk beheerst (voorbeeldopgave 6). Een matige beheersing van omzettingen van tientallen naar vijftallen blijkt uit voorbeeldopgave 7 waarbij gevraagd wordt hoeveel zakken van 5 appels gemaakt kunnen worden uit kisten van 10 appels.

*Voorbeeldopgaven 6-7 Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 100*

6



Joris betaalt gepast.  
Hoeveel cent heeft hij betaald?

\_\_\_\_\_ cent

7



Deze 4 kisten zijn vol.  
De groenteboer doet alle appels in zakken van 5.  
Hoeveel volle zakken kan hij maken?

\_\_\_\_\_ zakken

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 7 tot en met 10 matig tot redelijk. De voorbeeldopgaven 11 tot en met 13 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. Voorbeeldopgaven 1 tot en met 7 zijn bij de percentiel-10 en percentiel-25 leerlingen al besproken. De gemiddelde leerling heeft een redelijke beheersing van opgaven waarbij bijvoorbeeld bepaald moet worden hoeveel zakjes van 10 ballonnen er nodig zijn om een bepaald aantal (65) te verkrijgen (voorbeeldopgave 8). Ook is er een redelijke beheersing van een opgave waarbij een verzameling tientallen en vijftallen moet worden aangevuld tot een bepaald tiental (voorbeeldopgave 9). Een opgave waarbij het getal 100 moet worden samengesteld uit een gegeven getal, in voorbeeldopgave 10 is dat 37, wordt matig beheerst door de gemiddelde leerling.

Voorbeeldopgaven 8-10 Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 100



Opa wordt 65.  
Oma wil daarom 65 ballonnen loslaten.  
Hoeveel zakken van 10 ballonnen moet ze dan kopen?

\_\_\_\_\_ zakken



Samen hebben Bart en Simon € 60,-.  
Hoeveel euro heeft Simon?

\_\_\_\_\_ euro

10 Vul in.

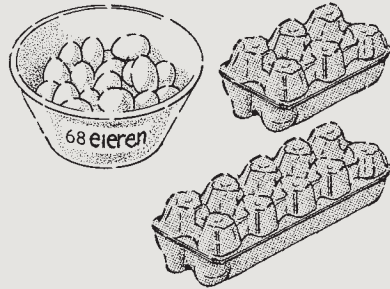
100
-----

---	37
-----	----

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste tien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgave 11 redelijk. De voorbeeldopgaven 12 en 13 worden door de percentiel-75 leerling matig beheerst. Voorbeeldopgave 11 is een opgave waarbij van een restgetal (68 eraf  $5 \times 10$ ) moet worden bepaald hoeveel eenheden van 6 daaruit gehaald kunnen worden. De percentiel-75 leerling beheerst dergelijke opgaven redelijk.

Voorbeeldopgaven 11-13 Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 100

11



De kaasboer zet de 68 eieren in dozen.  
 Hij maakt 5 dozen van 10 vol.  
 De rest zet hij in dozen van 6 eieren.  
 Hoeveel dozen van 6 zijn dat?

\_\_\_\_\_ dozen van 6 eieren

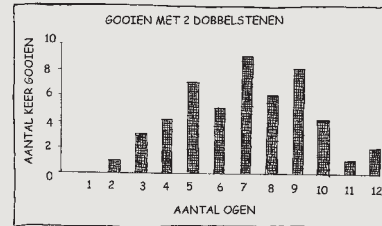
12



Vader heeft deze bonnen voor zijn verjaardag gekregen.  
 Voor hoeveel euro kan hij boeken kopen?

\_\_\_\_\_ euro

13

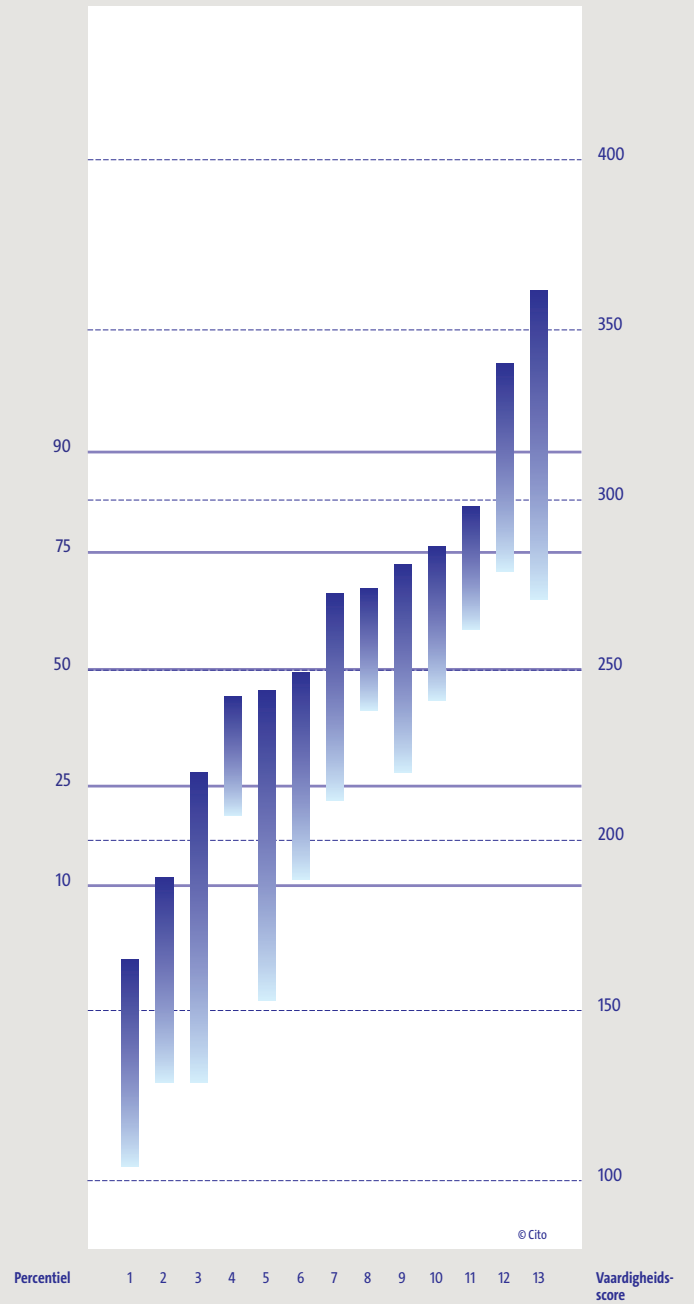


Tijs gooit 50 keer met twee dobbelstenen. Jesse turft het aantal ogen. Daarna maken ze deze grafiek.  
 Hoe vaak heeft Tijs 7 gegooid?

\_\_\_\_\_ keer

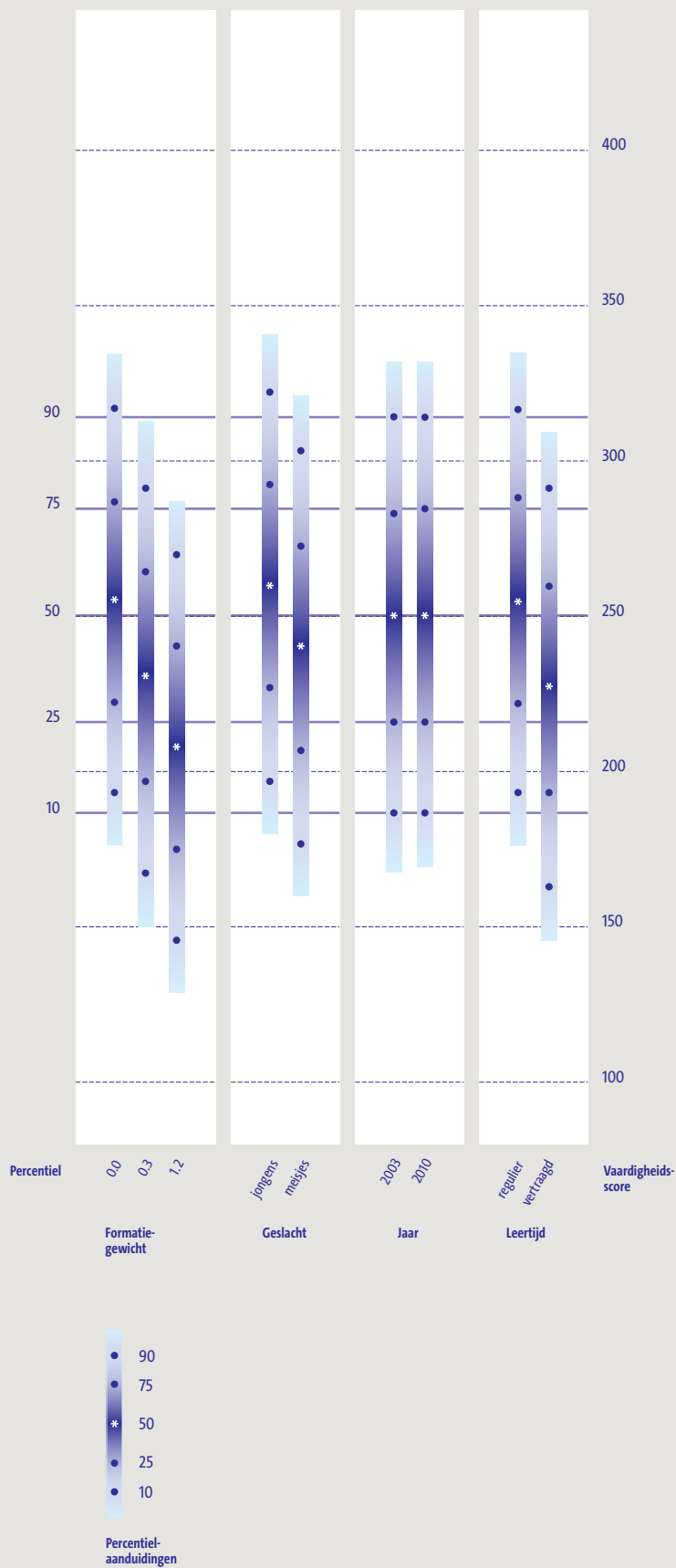
**De percentiel-90 leerling** beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 11 goed en de voorbeeldopgaven 12 en 13 redelijk. Bij voorbeeldopgave 12 wordt gevraagd het totaalbedrag te bepalen waarbij een kommagetal aanwezig is. Bij voorbeeldopgave 13 wordt gevraagd informatie uit een grafiek af te lezen waarbij het antwoord niet direct van de schaal kan worden afgelezen, maar tussen twee getallen in ligt.

## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Getallen en getalrelaties tot 100



Opgaven





## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Getallen en getalrelaties tot 100





### Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 1000

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed. De voorbeeldopgaven 5 en 9 worden redelijk beheerst door de percentiel-10 leerling en de voorbeeldopgaven 6 en 7 matig. De voorbeeldopgaven 8 en 10 tot en met 19 beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende. De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van:

- kale optellingen onder de 1000 met eenheden, tientallen en honderdtallen zoals  $3 + 80 + 400$  (voorbeeldopgave 1);
- het verder tellen met stappen van 1 of 10 zoals bij voorbeeldopgave 2 en 3 waarbij men doortelt over het honderdtal heen;
- het plaatsen van een rond getal in een interval van 100 zoals bij voorbeeldopgave 4.

De percentiel-10 leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij naar een rond getal op een getallenlijn wordt gevraagd dat precies tussen twee gegeven getallen ligt waarbij een deel van het voorgaande getal is afgedekt (voorbeeldopgave 5). Er is een matige beheersing van een opgave waarbij er teruggeteld moet worden met sprongen van 5 over het honderdtal heen (voorbeeldopgave 6). De percentiel-10 leerling heeft iets meer dan 50% kans (matige beheersing) een opgave goed te beantwoorden waarbij 4 stapels van 250 staan afgebeeld en waarbij naar het totaal wordt gevraagd (voorbeeldopgave 7). Een opgave waarbij van een getal onder de 1000 (in het voorbeeld 450) moet worden aangegeven uit hoeveel honderdtallen en tientallen deze bestaat, wordt niet beheerst (voorbeeldopgave 8). Een opgave waarbij het laagste getal uit een aantal getallen onder de 1000 moet worden aangegeven wordt redelijk beheerst (voorbeeldopgave 9).

### Voorbeeldopgaven 1-5 Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 1000

1  $3 + 80 + 400 =$  \_\_\_\_\_

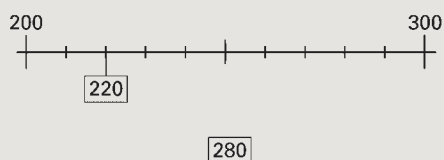
2 Tel verder.

498 499 \_\_\_\_\_

3 Tel net zo verder.

670 680 690 \_\_\_\_\_

4 Trek een lijn van het kaartje 280 naar de goede plaats op de getallenlijn.

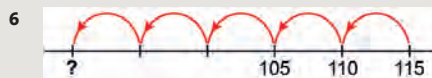


Welk getal hoort bij de plek die Jaap aanwijst?

\_\_\_\_\_

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 5 tot en met 9 redelijk. De voorbeeldopgaven 10, 11 en 14 beheerst de percentiel-25 leerling matig. De voorbeeldopgaven 12, 13 en 15 tot en met 19 beheerst de percentiel-25 leerling onvoldoende. Belangrijkste verschil met de percentiel-10 leerling is dat de percentiel-25 leerling een iets hogere kans heeft om de voorbeeldopgaven 1 tot en met 11 goed te maken. De percentiel-25 leerling heeft een matige beheersing van een opgave waarbij het midden van 2 ronde getallen (280 – 320) moet worden bepaald (voorbeeldopgave 10). De percentiel-25 leerling heeft ongeveer 50% kans een meerkeuzeopgave goed te beantwoorden waarbij op een getallenlijn van 0 tot 1000 door middel van een pijl een positie op de lijn wordt aangegeven (in het voorbeeld is dat de plek van 750). De leerling moeten dan aangeven welk getal hoort bij die pijl (zie voorbeeldopgave 11).

*Voorbeeldopgaven 6-9 Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 1000*



Welk getal moet bij het vraagteken staan?

\_\_\_\_\_



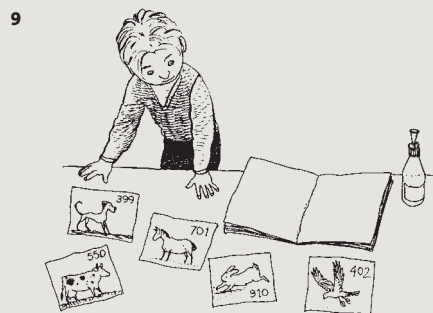
Hoeveel folders zijn dit in totaal?

\_\_\_\_\_ folders

8 Musab doet 450 plantjes in dozen van 100 en dozen van 10. Hij gebruikt zoveel mogelijk dozen van 100. Hoeveel dozen van 100 en hoeveel dozen van 10 heeft hij nodig?

\_\_\_\_\_ dozen van 100 en

\_\_\_\_\_ dozen van 10



Tim zoekt het plaatje met het laagste nummer.

Welk nummer heeft dat plaatje?

\_\_\_\_\_

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 9 tot en met 11 en 13 en 14 redelijk. De voorbeeldopgaven 12 en 17 worden matig beheerst door de gemiddelde leerling. De voorbeeldopgaven 15, 16, 18 en 19 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. De gemiddelde leerling is matig in staat om van een rond getal boven de honderd aan te geven uit hoeveel tientallen het bestaat (zoals bijvoorbeeld 180 in voorbeeldopgave 12). De gemiddelde leerling is redelijk in staat om bij een gegeven getal (612 in de voorbeeldopgave 13) de juiste getallenlijn te selecteren. Daarnaast heeft een gemiddelde leerling een redelijke beheersing van een opgave waarbij een geschreven getal

onder de 1000 omgezet moet worden naar een getal in cijfers (voorbeeldopgave 14, vierhonderdzesennegentig is 496).

*Voorbeeldopgaven 10-14 Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 1000*

**10** Het getal op het middelste kaartje ligt precies in het midden tussen 280 en 320.  
Welk getal is dat? Schrijf dat getal op het kaartje.



**11**

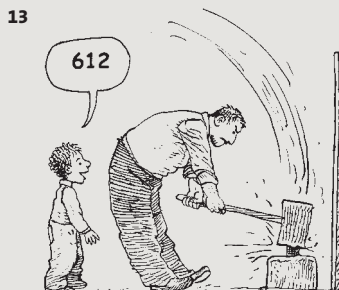
Welk getal hoort bij de pijl?

- A 250
- B 750
- C 900
- D 950



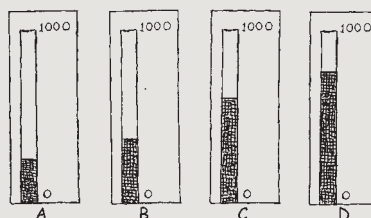
Anja spaart de zegels van de koffiepakken. Elke zegel is 10 spaarpunten waard.  
Hoeveel zegels moet Anja inruilen voor de mok?

\_\_\_\_\_ zegels



Jans vader slaat 612 bij de kop van Jut.

Welk plaatje hoort hierbij?



Oom Jeroen kampeert op camping Zeezicht en zegt tegen zijn nichtje waar de tent staat.  
Schrijf dat getal op in cijfers.

\_\_\_\_\_

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste 13 voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 14 tot en met 18 redelijk. De voorbeeldopgave 19 wordt matig beheerst. Een percentiel-75 leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij een getal (872 in voorbeeldopgave 15) aangevuld moet worden tot 1000. De percentiel-75 leerling heeft



Voorbeeldopgave 19 Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 1000

19

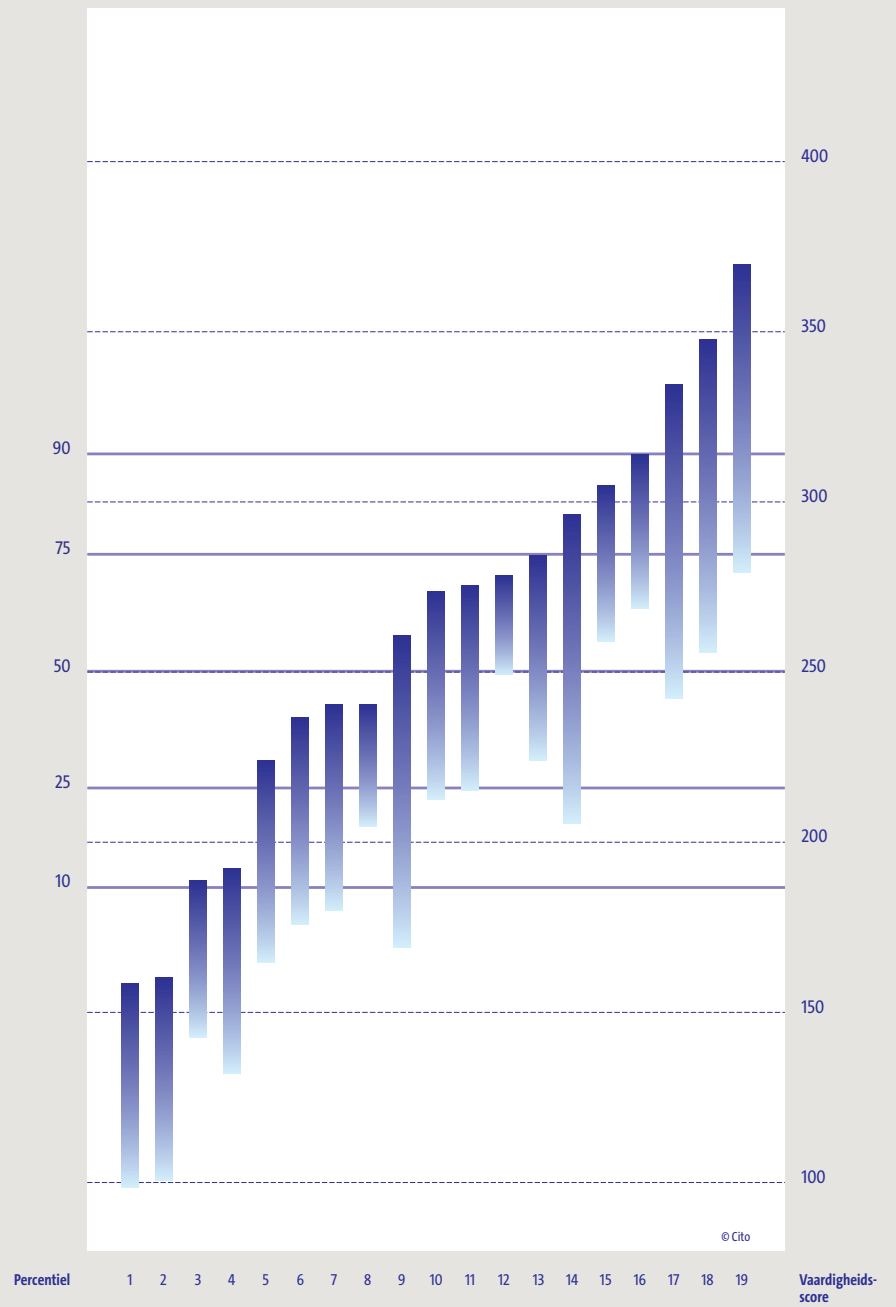


Op het parkeerterrein zijn de parkeervakken genummerd.

Op welk nummer staat de politieauto?

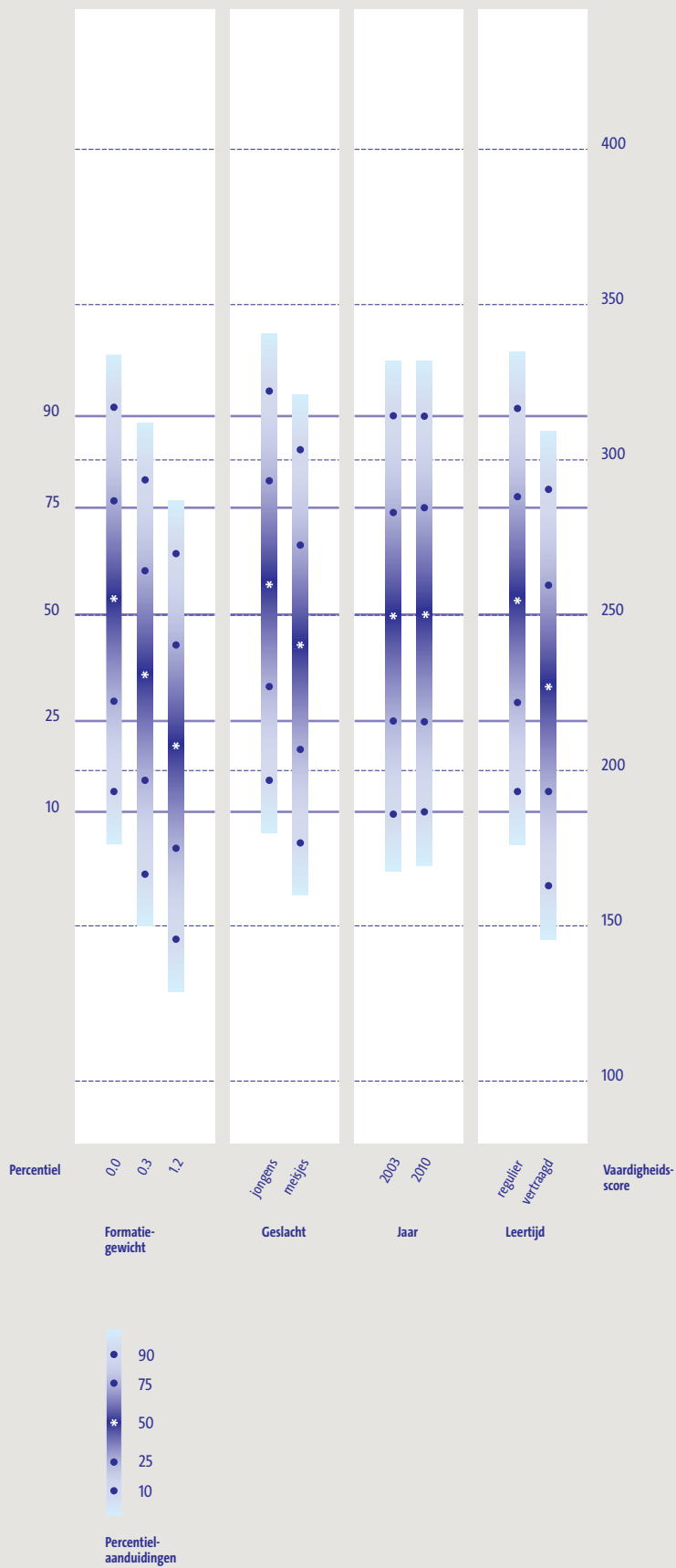
Nummer \_\_\_\_\_

## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Getallen en getalrelaties tot 1000



Opgaven





## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Getallen en getalrelaties tot 1000





## **Verschillen tussen leerlingen**

### **Verschillen tussen leerlingen met verschillende formatiegewichten**

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met formatiegewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het formatiegewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met formatiegewicht 0 is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een formatiegewicht van 0.30 is 231. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een formatiegewicht 1.20 is 208. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 52% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat 32% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts 20%. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat 60% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts 42%.

### **Verschillen tussen jongens en meisjes**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van de meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 260. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 240. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-15 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-60 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 70% de percentiel-25 score en ongeveer 45% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 80% de percentiel-25 score en ongeveer 57% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### **Verschillen tussen 2010 en 2003**

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 was ook 250. We kunnen concluderen dat er geen verschuiving in het gemiddelde vaardigheidsniveau is opgetreden tussen 2003 en 2010.

### **Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 227. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-10 leerling regulier. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-52 leerling regulier. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 52% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 60% de percentiel-25 score en ongeveer 30% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

## 4.2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken

### Inhoud

Onder basisautomatismen verstaan we inhoudelijk gezien opgaven zonder context die snel en vaardig opgelost moeten kunnen worden door gebruik te maken van basiskennis, rekenfeiten, automatismen, getalrelaties en eigenschappen van getallen en bewerkingen.

Het gaat hierbij om;

- alle optellingen en aftrekkingen uit het getallengebied tot en met 20;
- alle optellingen en aftrekkingen uit het getallengebied van 21 tot en met 100;
- opgaven met ronde getallen in het getalgebied tot 1000 zoals  $300 - 20$ ,  $480 + 30$ ,  $602 - 300$ ;
- opgaven met veelvouden van 10 zoals  $70 - 20$ ,  $30 + 120$ ,  $60 + 60$ .

De opgaven zijn in dicteevorm afgenomen. Iedere opgave is twee keer door de toetsleider voorgelezen waarna de leerling vijf seconden tijd kreeg om zijn antwoord te noteren op een antwoordblad.

Het onderwerp bevat zowel opgaven in het getalgebied tot 100 als opgaven in het getalgebied tot 1000. De opgaven zijn geanalyseerd binnen een gemeenschappelijke schaal. Om de vaardigheden van de leerlingen gedetailleerder te kunnen beschrijven, worden de resultaten op de opgaven afzonderlijk voor de twee getalgebieden gepresenteerd.

### Wat leerlingen kunnen

#### *Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100*

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 10 redelijk. De voorbeeldopgaven 11 tot en met 16 beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende of in een enkel geval matig (voorbeeldopgave 14). De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van aftrekopgaven onder de 20 zoals  $20 - 6$  (voorbeeldopgave 4). Ook kan de percentiel-10 leerling een opgave waarbij een veelvoud van 10 moet worden afgetrokken van een veelvoud van 10 goed uitvoeren ( $70 - 20$  voorbeeldopgave 1). Bij de optelopgaven valt op dat de percentiel-10 leerling een goede beheersing heeft van opgaven onder de 50 waarbij tot een veelvoud van 10 moet worden aangevuld ( $32 + 8$  voorbeeldopgave 2). Ook kan de percentiel-10 leerling een opgave goed uitvoeren waarbij twee getallen bij elkaar worden opgeteld waarbij één van beide getallen een veelvoud van 10 is ( $18 + 40$  voorbeeldopgave 5 en  $25 + 50$  voorbeeldopgave 3). De percentiel-10 leerling heeft een redelijke beheersing van de opgave  $50 - 8$  (voorbeeldopgave 6). In dit geval gaat het om een aftrekopgave waarbij een getal onder de 10 (8) moet worden afgetrokken van een getal dat een veelvoud is van 10 en dat boven de 20 ligt (50). Ook is er een redelijke beheersing van een opgave waarbij een veelvoud van 10 moet worden afgetrokken van een getal onder de 100 dat niet een veelvoud van 10 is ( $81 - 30$ , voorbeeldopgave 7). Een aftrekopgave zoals  $24 - 12$  wordt redelijk beheerst. Bij de optelopgaven kan worden aangegeven dat de percentiel-10 leerling een redelijke beheersing heeft van voorbeeldopgave 9 ( $56 + 4$ ), waarbij aangevuld wordt tot een veelvoud van 10 met als uitkomst een getal dat boven de 50 ligt. Een soortgelijke opgave,  $32 + 8$ , voorbeeldopgave 2, wordt door de percentiel-10 goed beheerst. De percentiel-10 leerling heeft een redelijke beheersing van een optelopgave zoals  $37 + 50$  (voorbeeldopgave 8) waarbij een getal dat een veelvoud is van 10 moet worden opgeteld bij een getal onder de 100 waarbij de uitkomst ook onder de 100 is.

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste tien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 11 tot en met 16 redelijk. De percentiel-25 leerling heeft een redelijke beheersing van een aftrekopgave tot 100 waarbij over het tiental wordt heengegaan met een getal onder de 10.

Bij voorbeeldopgave 11 is dat  $73 - 5$ . Ook heeft de percentiel-25 leerling een redelijke beheersing van een aftrekgave tot 100 waarbij van een getal, dat een veelvoud is van 10, de helft moet worden afgehaald ( $50 - 25$  in voorbeeldopgave 13). Ook beheerst de percentiel-25 leerling optelopgaven waarbij een getal onder de 10 opgeteld wordt bij een getal onder de 100. Hierbij wordt dan over het tiental gegaan zoals bij voorbeeldopgave 12,  $65 + 9$  en voorbeeldopgave 14,  $68 + 7$ .

*Voorbeeldopgaven 1-14 Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100*

1  $70 - 20 =$  \_\_\_\_\_

8  $37 + 50 =$  \_\_\_\_\_

2  $32 + 8 =$  \_\_\_\_\_

9  $56 + 4 =$  \_\_\_\_\_

3  $25 + 50 =$  \_\_\_\_\_

10  $24 - 12 =$  \_\_\_\_\_

4  $20 - 6 =$  \_\_\_\_\_

11  $73 - 5 =$  \_\_\_\_\_

5  $18 + 40 =$  \_\_\_\_\_

12  $65 + 9 =$  \_\_\_\_\_

6  $50 - 8 =$  \_\_\_\_\_

13  $50 - 25 =$  \_\_\_\_\_

7  $81 - 30 =$  \_\_\_\_\_

14  $68 + 7 =$  \_\_\_\_\_

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste veertien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 15 en 16 redelijk tot goed. De gemiddelde leerling heeft een redelijk tot goede beheersing van een aftrekgave waarbij van een getal dat een veelvoud van 10 is een getal onder de 20 moet worden afgetrokken waarbij over het tiental heen wordt gegaan. In voorbeeldopgave 15 is dat  $30 - 11$ . Ook heeft de gemiddelde leerling een redelijk tot goede beheersing van een optelopgave waarbij een getal onder de 10 opgeteld wordt bij een getal onder de 100. Hierbij wordt dan over het tiental gegaan. Voorbeeldopgave 16 ( $45 + 9$ ) ligt echter dicht in de buurt bij voorbeeldopgaven 12 en 14.

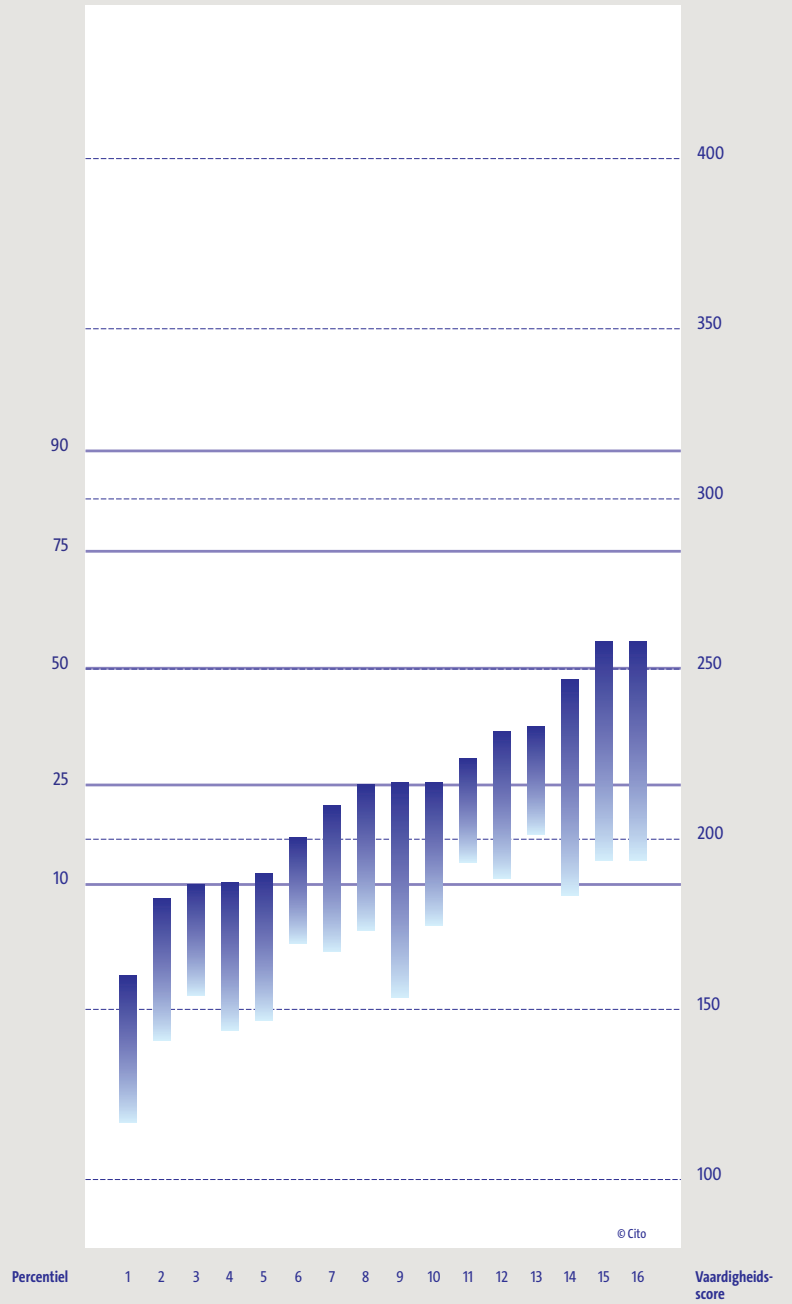
*Voorbeeldopgaven 15 en 16 Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100*

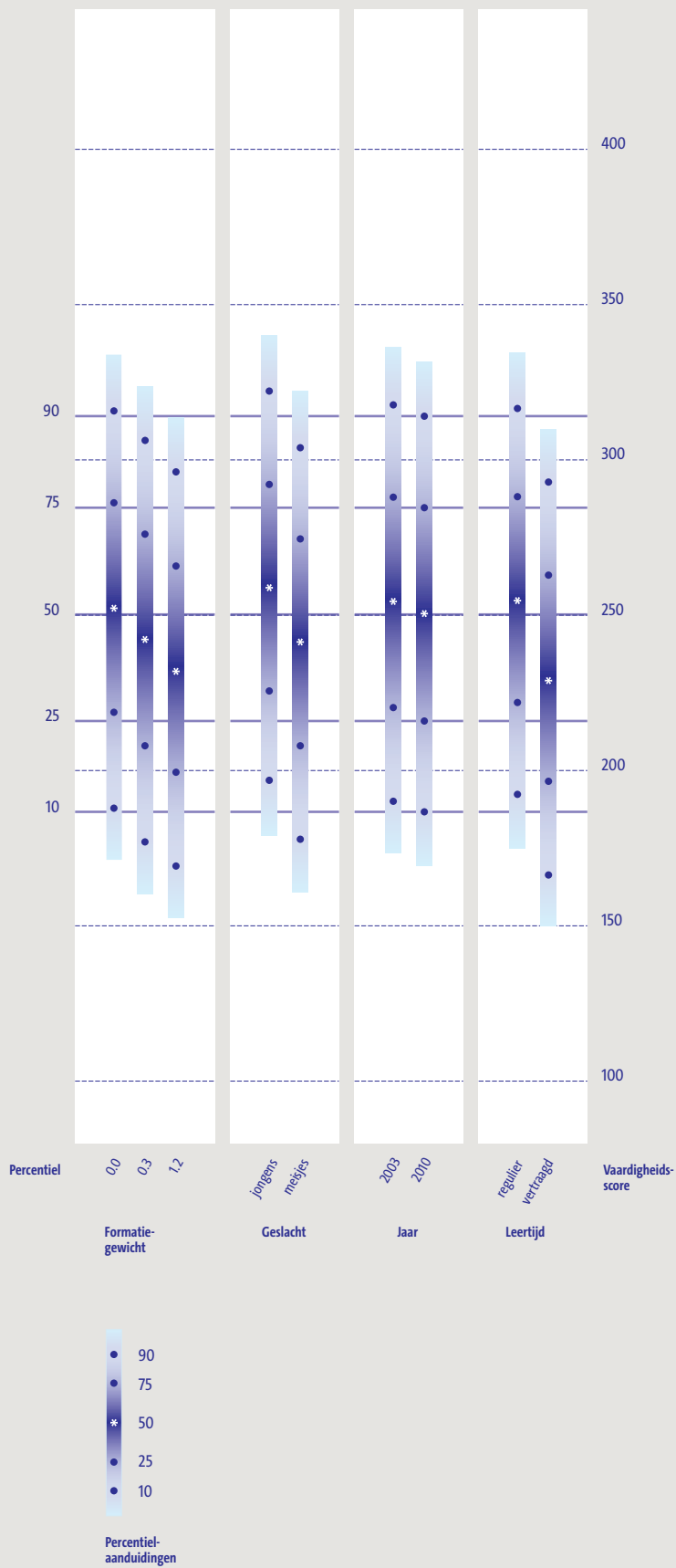
15  $30 - 11 =$  \_\_\_\_\_

16  $45 + 9 =$  \_\_\_\_\_

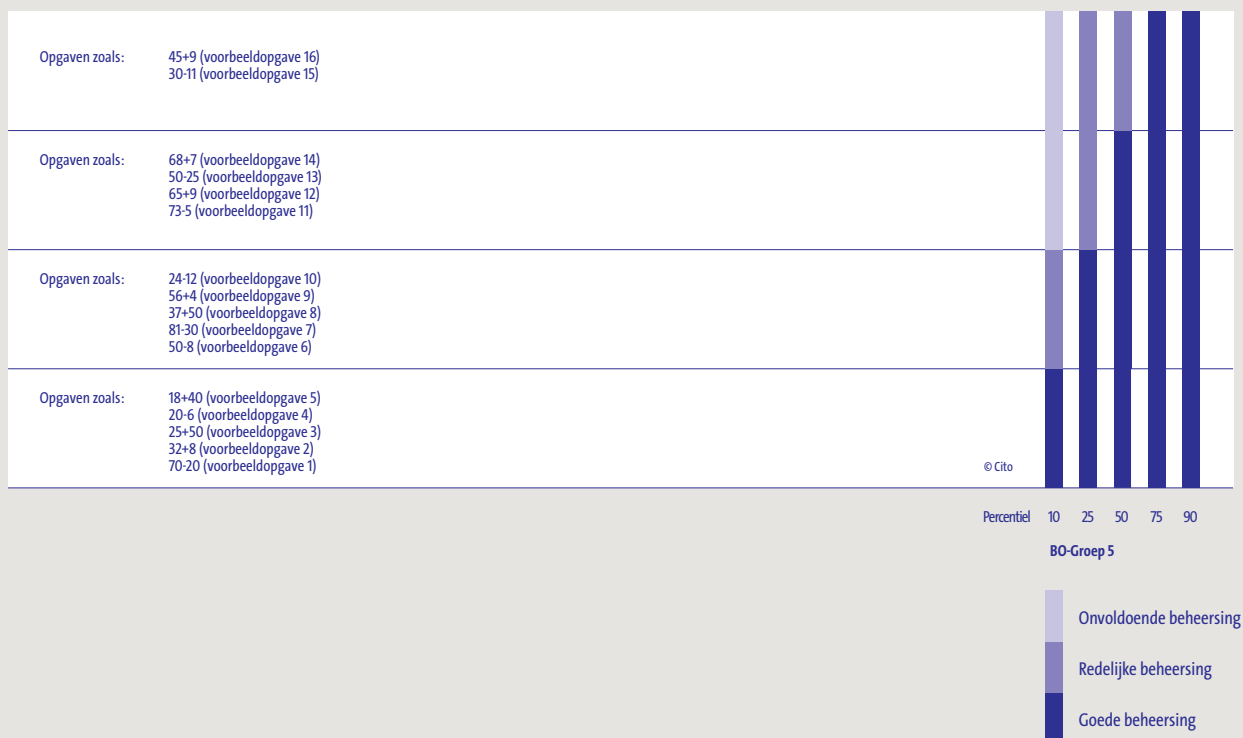
**De percentiel-75 en percentiel-90 leerling** beheersen de voorbeeldopgaven 1 tot en met 16 goed.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp  
**Basisautomatismen: optellen en aftrekken tot 100**





## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisautomatismen: optellen en aftrekken tot 100



### Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en de voorbeeldopgaven 2 en 3 redelijk. De voorbeeldopgaven 5 en 7 worden matig beheerst door de percentiel-10 leerling. De voorbeeldopgaven 4, 6, 8 en 9 beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende. De percentiel-10 leerling heeft een redelijke tot goede beheersing van opgaven waarbij met veelvouden van 10 gewerkt wordt en die nog in het getalgebied tot 200 liggen. Voorbeelden daarvan zijn voorbeeldopgave 1,  $30 + 120$ , voorbeeldopgave 2,  $60 + 60$  en voorbeeldopgave 3,  $130 - 40$ . Opgaven boven de 100 waarbij aangevuld wordt tot een veelvoud van 10, zoals voorbeeldopgave 4 ( $143 + 7$ ), worden door de percentiel-10 leerling niet beheerst. Opgaven onder de 1000 waarbij een veelvoud van 100 van een getal moet worden afgetrokken, zoals bij voorbeeldopgave 5 ( $602 - 300$ ) worden door de percentiel-10 leerling matig beheerst.

### Voorbeeldopgaven 1-3 Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

1  $30 + 120 = \underline{\hspace{2cm}}$

3  $130 - 40 = \underline{\hspace{2cm}}$

2  $60 + 60 = \underline{\hspace{2cm}}$

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 5 tot en met 8 redelijk. Voorbeeldopgave 9 wordt door de percentiel-25 leerling onvoldoende beheerst. De percentiel-25 leerling heeft een goede beheersing van opgaven in het getalgebied tot 200, waarbij gewerkt moet worden met opgaven die een veelvoud zijn van 10 (zoals voorbeeldopgaven 1 tot en met 3). Opgaven boven de 100 waarbij aangevuld wordt tot een veelvoud van 10, zoals voorbeeldopgave 4 ( $143 + 7$ ), worden door de percentiel-25 leerling goed beheerst. De percentiel-25 leerling heeft een redelijke beheersing van opgaven waarbij een veelvoud van 10 of 100 moet worden opgeteld dan wel afgetrokken van een getal onder de 1000, zie voorbeeldopgaven 5 tot en met 8.

*Voorbeeldopgaven 4-9 Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000*

4  $143 + 7 =$  \_\_\_\_\_

7  $189 + 10 =$  \_\_\_\_\_

5  $602 - 300 =$  \_\_\_\_\_

8  $480 + 30 =$  \_\_\_\_\_

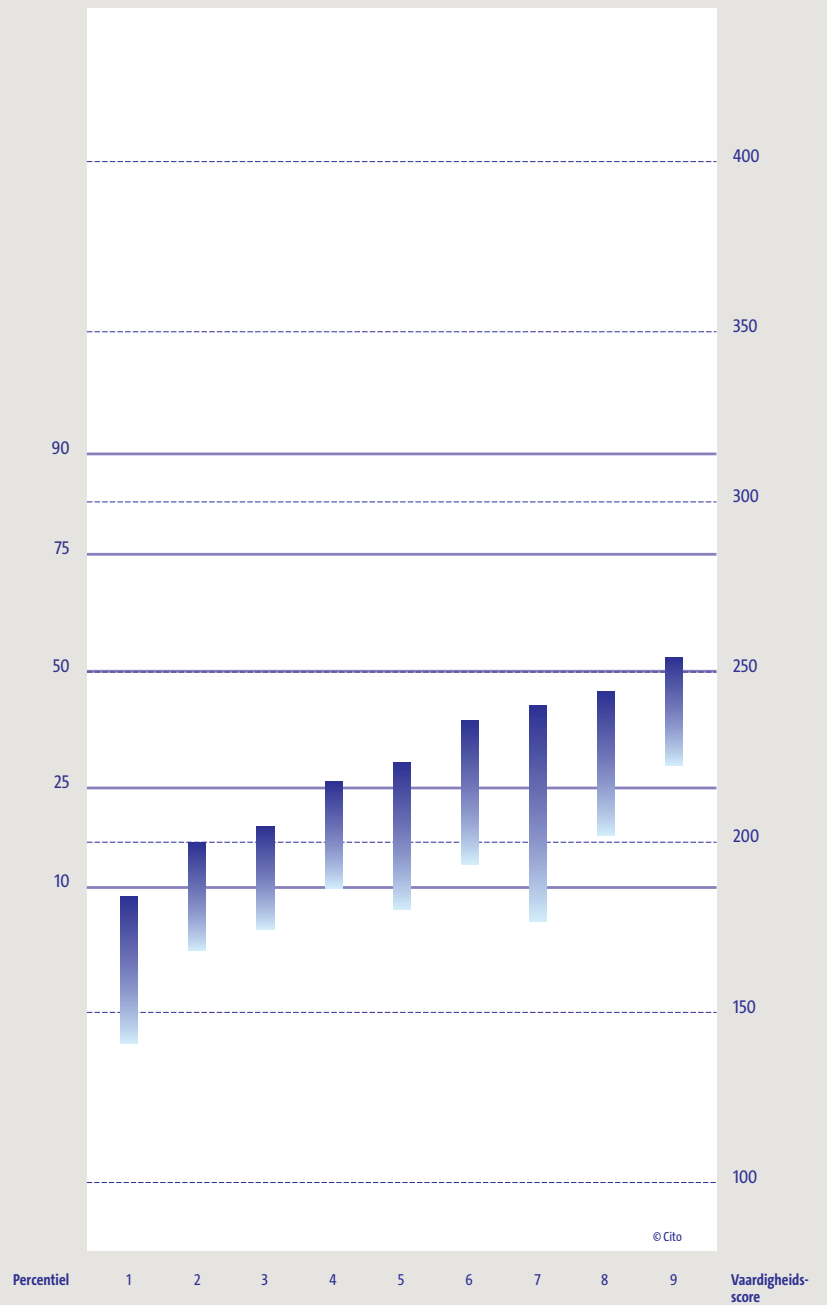
6  $300 - 20 =$  \_\_\_\_\_

9  $600 - 7 =$  \_\_\_\_\_

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 9 redelijk tot goed. De voorbeeldopgaven 1 tot en met 8 zijn hierboven al beschreven. De gemiddelde leerling heeft een redelijk tot goede beheersing van voorbeeldopgave 9 waarbij een getal onder de 10 moet worden afgetrokken van een veelvoud van 100 ( $600 - 7$ ). Deze opgave kan niet worden opgelost door te springen met een tiental of honderdtal, maar vraagt om een goed begrip van het positionele getalsysteem.

**De percentiel-75 en percentiel-90 leerling** beheersen de voorbeeldopgaven 1 tot en met 9 goed.

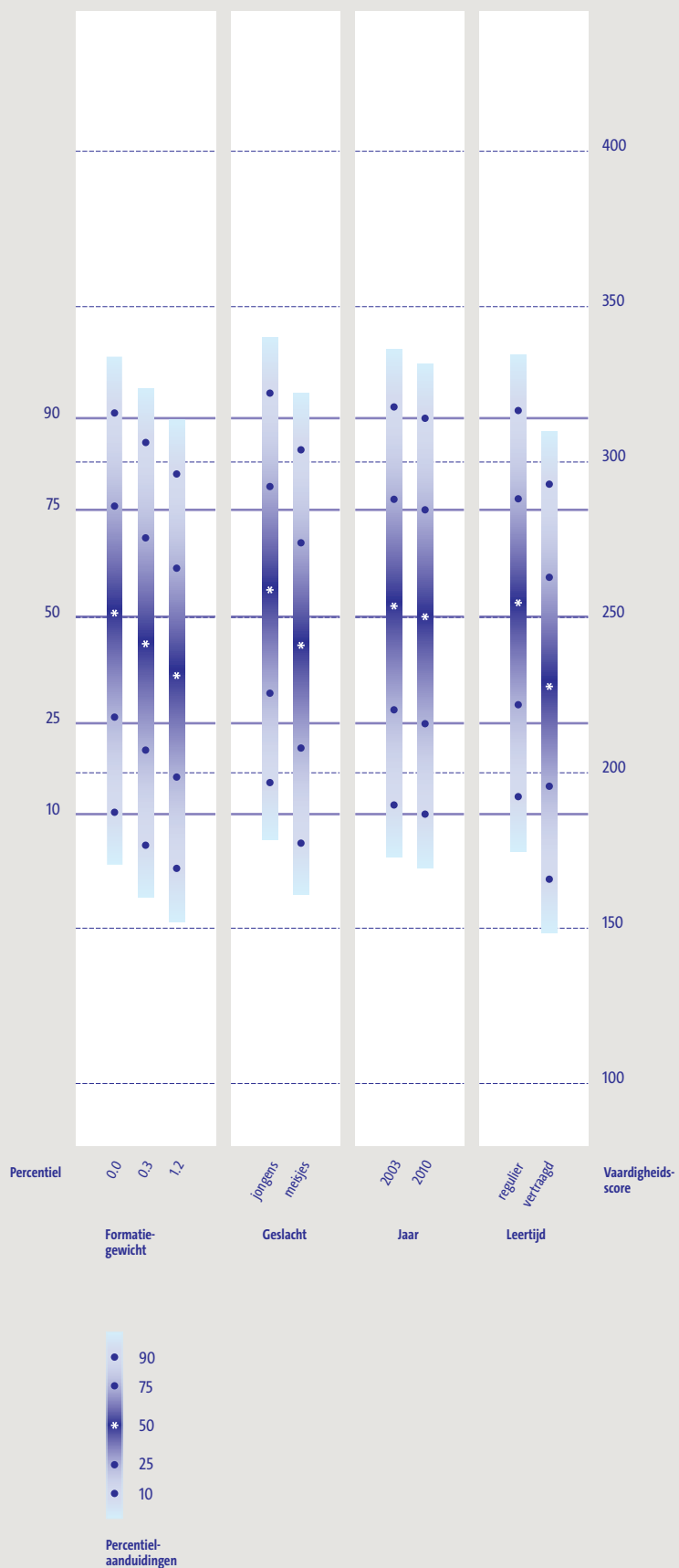
## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Basisautomatismen: optellen en aftrekken tot 1000



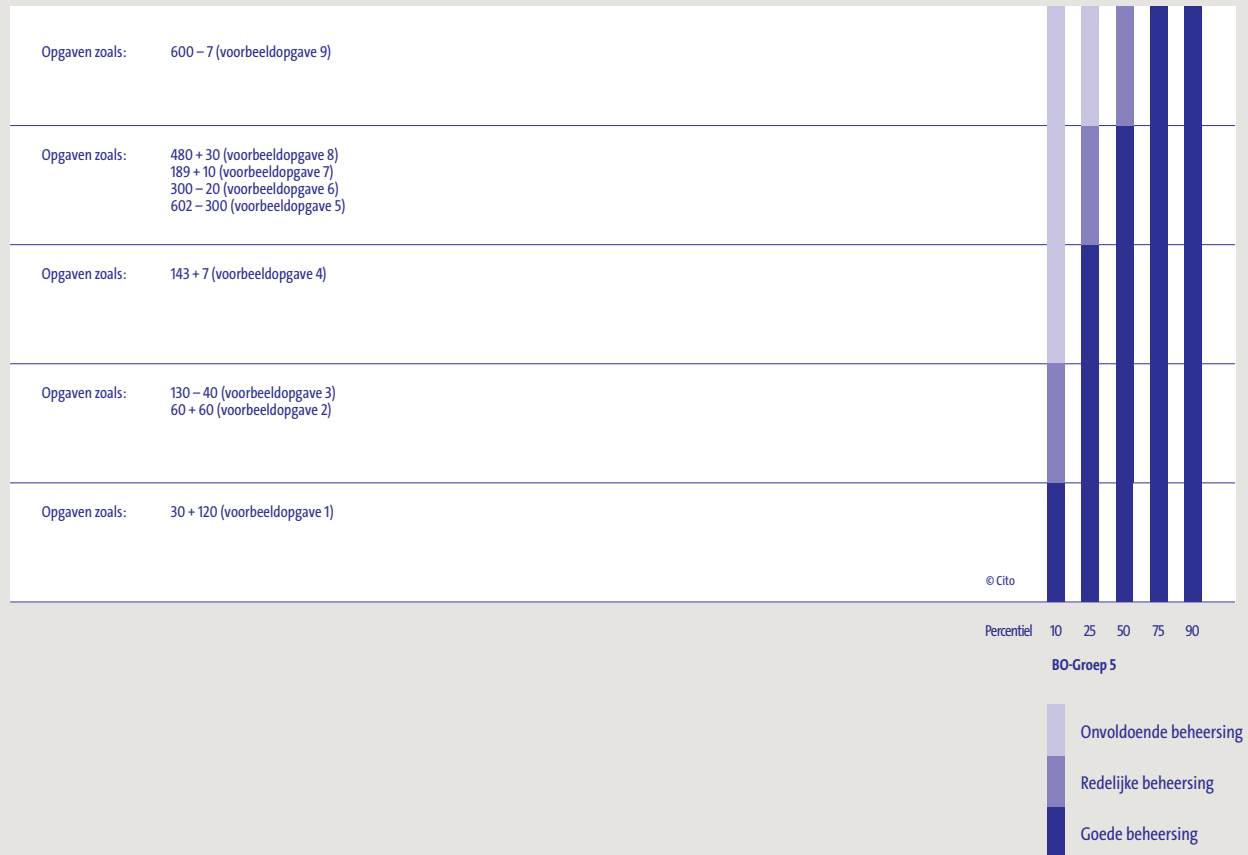
Opgaven

Goed  
Matig  
Onvoldoende  
Beheersingsniveau





## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisautomatismen: optellen en aftrekken tot 1000



## Verschillen tussen leerlingen

### Verschillen tussen leerlingen met verschillende formatiegewichten

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met formatiegewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het formatiegewicht van de leerling hoger is. De verschillen zijn echter minder groot dan bij de schaal Getallen en getalrelaties. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met formatiegewicht 0.00 is 252. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een formatiegewicht van 0.30 is 242. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een formatiegewicht 1.20 is 232. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 77% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 70% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 60%. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 51% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 45% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 38%.

### Verschillen tussen jongens en meisjes

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 259. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 241. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-16 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-62 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 70% de percentiel-25 score en ongeveer 42% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 80% de percentiel-25 score en ongeveer 57% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### Verschillen tussen 2010 en 2003

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 254. Er is een klein verwaarloosbaar verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003, ten gunste van 2003.

### Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 229. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-13 reguliere leerling. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-58 reguliere leerling. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 54% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 62% de percentiel-25 score en ongeveer 33% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

## 4.3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

### Inhoud

Dit onderwerp is in 2004 en 2010 weer opgenomen in het domein, omdat de methoden in de onderbouw meer aandacht begonnen te besteden aan het vermenigvuldigen en het verdelen en het delen van getallen.

Onder basisautomatismen verstaan we inhoudelijk gezien opgaven zonder context die snel en vaardig opgelost moeten kunnen worden door gebruik te maken van basiskennis, rekenfeiten, automatismen, getalrelaties en eigenschappen van getallen en bewerkingen.

Het gaat hierbij om

- vermenigvuldigen en delen in het getalgebied van de tafels tot en met 10;
- vermenigvuldigen en delen met eenvoudige getallen boven het getalgebied van de tafels tot en met 10, zoals  $50 : 2$ .

De opgaven zijn in dicteevorm afgenomen. Iedere opgave wordt twee keer door de toetsleider voorgelezen waarna de leerling vijf seconden tijd krijgt om zijn antwoord te noteren op een antwoordblad. Het onderwerp bevat alleen opgaven in het getalgebied tot 100.

### Wat leerlingen kunnen

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 3 tot en met 6 redelijk. De voorbeeldopgaven 7 en 8 beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende. De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van vermenigvuldigingen van de tafel van 5 zoals blijkt uit voorbeeldopgave 1 ( $9 \times 5$ ) en voorbeeldopgave 2 ( $5 \times 7$ ). De percentiel-10 leerling heeft een redelijke beheersing van deelopgaven zoals voorbeeldopgave 4 ( $12 : 2$ ) en voorbeeldopgave 5 ( $40 : 4$ ). Ook heeft de percentiel-10 leerling een redelijke beheersing van vermenigvuldigopgaven zoals voorbeeldopgave 3 ( $3 \times 6$ ) en voorbeeldopgave 6 ( $2 \times 25$ ). De percentiel-10 leerling beheerst nog niet alle opgaven van de tafels onder de 10 zoals blijkt uit voorbeeldopgave 8 ( $8 \times 9$ ). Ook deelopgaven zoals voorbeeldopgave 7 ( $16 : 4$ ) zijn te moeilijk voor de percentiel-10 leerlingen.

*Voorbeeldopgaven 1-6 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen*

1  $9 \times 5 =$  \_\_\_\_\_

4  $12 : 2 =$  \_\_\_\_\_

2  $5 \times 7 =$  \_\_\_\_\_

5  $40 : 4 =$  \_\_\_\_\_

3  $3 \times 6 =$  \_\_\_\_\_

6  $2 \times 25 =$  \_\_\_\_\_

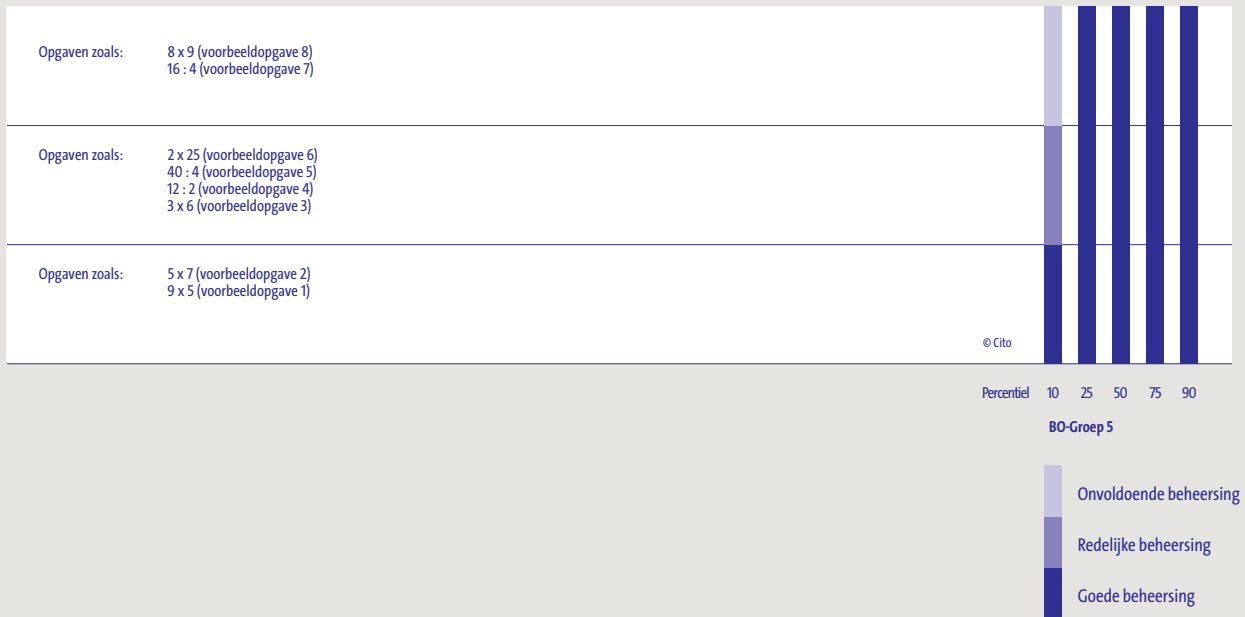
**De percentiel-25 leerling, de gemiddelde leerling, de percentiel-75 leerling en de percentiel-90 leerling** beheersen alle acht voorbeeldopgaven goed. Deze leerlingen beheersen de tafels onder de 10 goed zoals blijkt uit voorbeeldopgaven 1, 2, 3 en 8. Vermenigvuldigopgaven boven de tafel van 10 zoals  $2 \times 25$  (voorbeeldopgave 6) worden door deze leerlingen goed beheerst. Ook beheersen deze leerlingen deelopgaven zoals  $12 : 2$  (voorbeeldopgave 4),  $40 : 4$  (voorbeeldopgave 5) en  $16 : 4$  (voorbeeldopgave 7) goed.

*Voorbeeldopgaven 7 en 8 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen*

7  $16 : 4 =$  \_\_\_\_\_

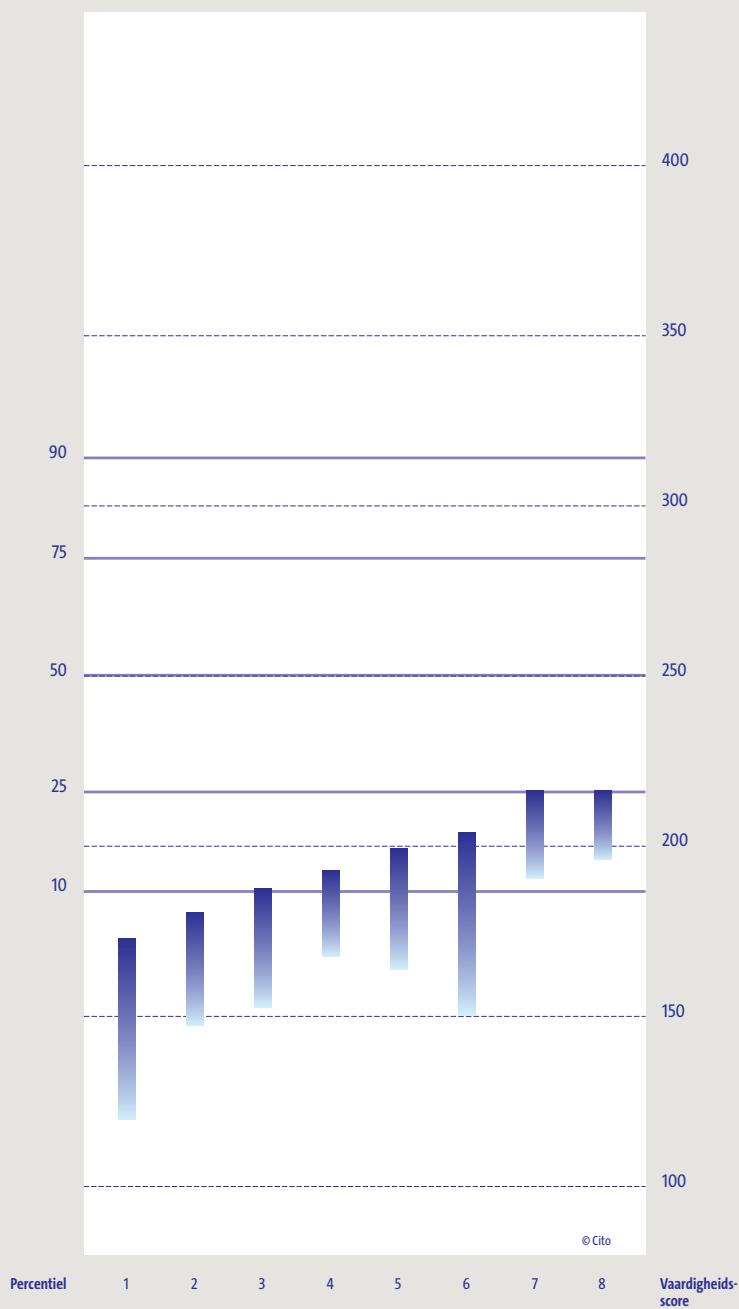
8  $8 \times 9 =$  \_\_\_\_\_

## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen



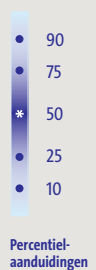
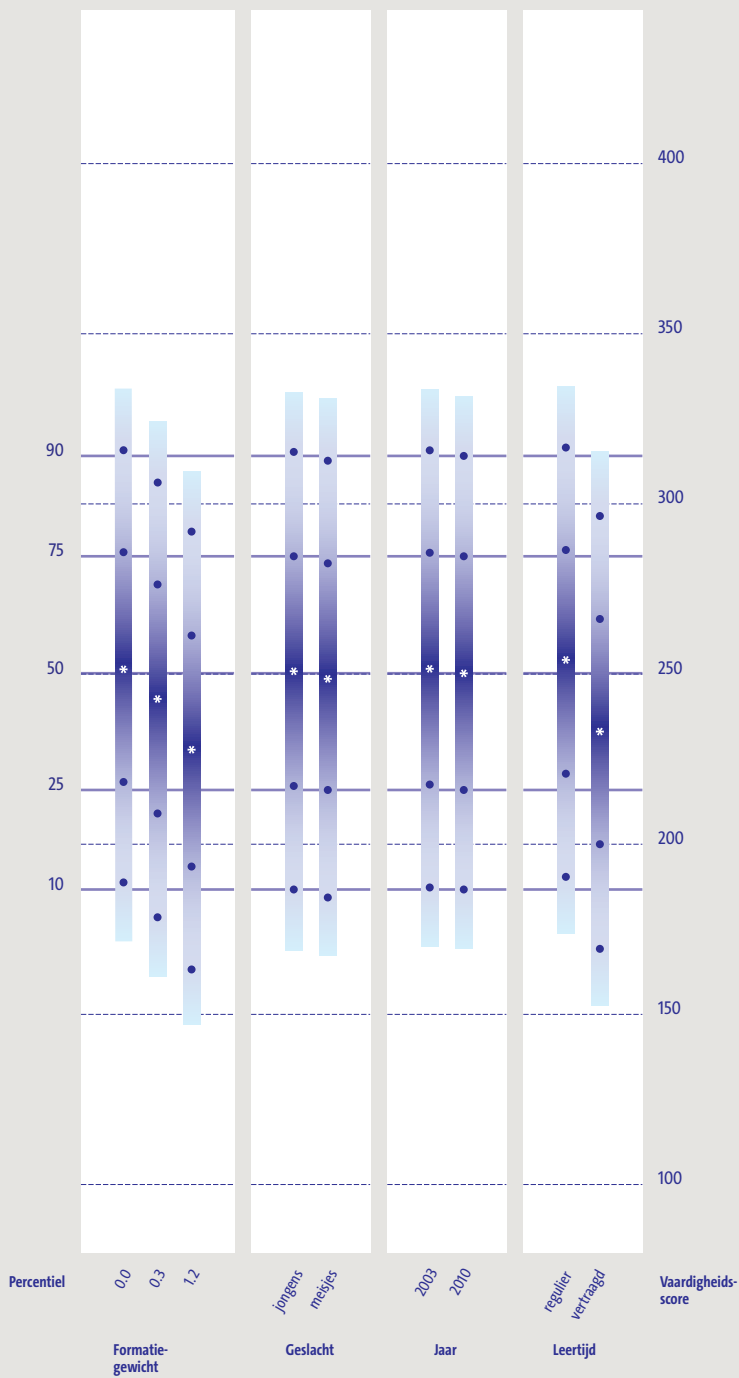
### Verschillen tussen leerlingen

## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen



Opgaven





### **Verschillen tussen leerlingen met verschillende formatiegewichten**

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met formatiegewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het formatiegewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met formatiegewicht 0.00 is 252. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een formatiegewicht van 0.30 is 243. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een formatiegewicht 1.20 is 228. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 77% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 70% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 58%. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 51% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 45% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 33%.

### **Verschillen tussen jongens en meisjes**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is bij deze schaal gering te noemen. Het verschil tussen jongens en meisjes was op deze schaal in de vorige peiling ook minder groot in vergelijking met andere schalen van 2003. Dit geringe verschil in scores tussen jongens en meisjes van zowel het jaar 2003 en 2010 kan het gevolg zijn van het ontbreken van onderscheidende opgaven in het vaardigheidsgebied boven de 220. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 251. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 249. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-24 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-74 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 75% de percentiel-25 score en ongeveer 49% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 76% de percentiel-25 score en ongeveer 51% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### **Verschillen tussen 2010 en 2003**

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 252. Er is een verwaarloosbaar klein verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003.

### **Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 233. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-15 leerling regulier. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-60 leerling regulier. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 53% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 63% de percentiel-25 score en ongeveer 38% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.



## 4.4 Bewerkingen: optellen en aftrekken

### Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om optel- en aftrekopgaven met gehele getallen die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken.

Het gaat hierbij om:

- optellen met natuurlijke getallen in het getalgebied tot en met 100 en tot en met 1000 waarbij werkwijzen gebruikt kunnen worden zoals bijvoorbeeld:
  - hergroeperen ( $15 + 8 + 5 = 15 + 5 + 8$ );
  - splitsen ( $23 + 15 = 20 + 10 + 3 + 5$ );
  - rijgen ( $23 + 15 = 23 + 10 + 5$ );
  - verder tellen met sprongen ( $23 + 28 = 23 + 10 + 10 + 8$ );
  - vervangen van oorspronkelijke getallen door getallen te vergroten en te verkleinen ( $92 + 113 = 102 + 103$ );
  - compenseren ( $23 + 28 = 23 + 30 - 2$ );
  - redeneringen.
- aftrekken met natuurlijke getallen in het getalgebied tot en met 100 en tot en met 1000 waarbij werkwijzen gebruikt kunnen worden zoals bijvoorbeeld:
  - hergroeperen ( $12 - 9 - 2 = 12 - 2 - 9$ );
  - splitsen ( $82 - 57 \rightarrow 70 - 50$  en  $12 - 7 = 20 + 5$ );
  - rijgen ( $82 - 57 \rightarrow 82 - 50 = 32$ ,  $32 - 7 = 25$ );
  - aanvullen ( $82 - 57 \rightarrow 57 + 5 = 62$ ,  $62 + 20 = 82$ );
  - terugtellen met sprongen ( $82 - 57 \rightarrow 82 - 10 - 10 - 10 - 10 - 10 - 7$ );
  - vervangen van oorspronkelijke getallen door getallen te vergroten en te verkleinen ( $82 - 57 \rightarrow 85 - 60$ );
  - compenseren ( $82 - 57 \rightarrow 87 - 57 = 30$ ,  $30 - 5 = 25$ );
  - redeneringen.

Anders dan bij basisautomatismen is er geen tijdsdruk bij het maken van de opgaven.

De opgaven worden zowel kaal (zonder context) aangeboden als in een zo realistisch mogelijke context.

Het onderwerp bevat zowel opgaven in het getalgebied tot 100 als opgaven in het getalgebied tot 1000. De opgaven zijn geanalyseerd binnen een gemeenschappelijke schaal.

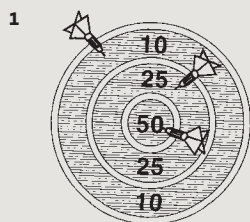
Om de vaardigheden van de leerlingen gedetailleerder te kunnen beschrijven worden de resultaten op de opgaven afzonderlijk voor de twee getalgebieden gepresenteerd.

### Wat leerlingen kunnen

*Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100*

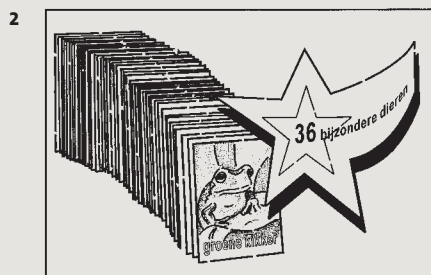
**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en de voorbeeldopgaven 2 tot en met 4 redelijk. De voorbeeldopgaven 5 tot en met 12 beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende. De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van een optelopgave waarbij drie getallen worden opgeteld onder de 100 waarbij niet over het tiental heen wordt gegaan. Van deze drie getallen zijn 2 getallen een veelvoud van 10 (voorbeeldopgave 1). Ook heeft deze leerling een redelijke beheersing van een opgave waarbij wordt gevraagd naar het verschil tussen 36 en 25 (voorbeeldopgave 2; er zijn 36 verschillende plaatjes, zij heeft er al 25, hoeveel mist ze er nog?). Ook heeft de percentiel-10 leerling een redelijke beheersing van een optelopgave waarbij de totale hoeveelheid rozen moet worden bepaald van 2 emmers met elk 25 rozen (voorbeeldopgave 3). De percentiel-10 leerling beheerst een optelopgave waarbij een bedrag van 19 euro bij 45 euro moet worden opgeteld redelijk (voorbeeldopgave 4).

Voorbeeldopgaven 1-4 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100



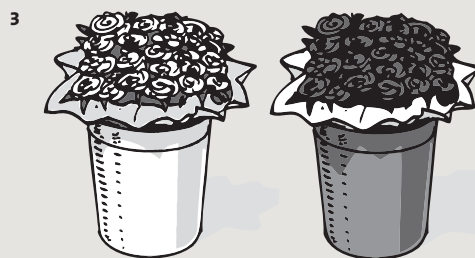
Musab gooit drie pijltjes.  
Hoeveel punten haalt hij daarmee in totaal?

\_\_\_\_\_ punten



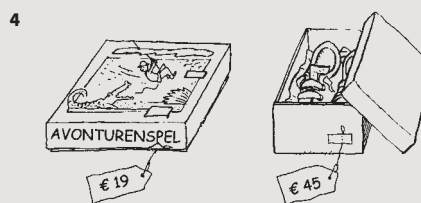
Er zijn 36 verschillende plaatjes.  
Nicky heeft al 25 plaatjes.  
Hoeveel plaatjes mist zij nog?

\_\_\_\_\_ plaatjes



In elke emmer staan 25 rozen.  
Hoeveel rozen zijn dit bij elkaar?

\_\_\_\_\_ rozen



Moeder koopt een spel en een paar schoenen voor  
Marije.  
Hoeveel moet ze betalen?

€ \_\_\_\_\_

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 6 redelijk. Voorbeeldopgave 9 wordt matig beheerst. De voorbeeldopgaven 7, 8 en 10 tot en met 12 wordt door de percentiel-25 leerling onvoldoende beheerst. De percentiel-25 leerling heeft een redelijke beheersing van een optelopgave waarbij de prijs moet worden bepaald in centen van 2 postzegels van 39 cent (voorbeeldopgave 5). Ook heeft de percentiel-25 leerling een redelijke beheersing van een aftrekopgave waarbij van een getal onder de 100 dat een veelvoud is van 10 (80 in voorbeeldopgave 6) een getal onder de 10 moet worden afgetrokken (voorbeeldopgave 6,  $80 - 6$ ). Er is een matige beheersing van een opgave waarbij de totale afstand in kilometers moet worden berekend door 2 afstanden in kilometers bij elkaar op te tellen (56 km en 27 km in voorbeeldopgave 9).

Voorbeeldopgaven 5 en 6 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100

5



Jeltje koopt 2 postzegels van 39 cent.  
Hoeveel cent moet ze betalen?

\_\_\_\_\_ cent

6 Op een camping zijn 80 plaatsen.  
Er zijn nog 6 plaatsen vrij.  
Hoeveel plaatsen zijn bezet?

\_\_\_\_\_ plaatsen

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 7 en 9 redelijk. Voorbeeldopgave 8 wordt matig beheerst. De voorbeeldopgaven 10 tot en met 12 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. De voorbeeldopgaven 1 tot en met 6 en voorbeeldopgave 9 zijn al beschreven. De gemiddelde leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij het verschil tussen 50 minuten en 35 minuten moet worden bepaald (voorbeeldopgave 7). Voorbeeldopgave 8 wordt matig beheerst. Bij deze opgave dienen de leerlingen het verschil te bepalen tussen 54 en 26. De gemiddelde leerling heeft daarmee een matige beheersing van een aftrekeopgave waarbij twee getallen onder de 100 van elkaar dienen te worden afgetrokken, waarbij over het tiental wordt gegaan.

Voorbeeldopgaven 7-9 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100

7 De groenteschotel moet 50 minuten in de oven.  
Na 35 minuten doet moeder er kaas bij.  
Hoe lang moet de schotel daarna nog in de oven?

\_\_\_\_\_ minuten

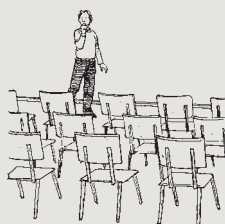
9



Hoeveel kilometer is het van Port naar Wos?

\_\_\_\_\_ kilometer

8



In de gymzaal van de school moeten 54 stoelen  
komen te staan. Er staan al 26 stoelen.  
Hoeveel stoelen moeten er nog bij?

\_\_\_\_\_ stoelen

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 10 tot en met 12 redelijk. De percentiel-75 leerling beheerst de hierboven beschreven voorbeeldopgaven goed. Er is een redelijke beheersing van een opgave waarbij het verschil moet worden bepaald tussen twee getallen onder de 100 waarbij over het tiental heen wordt gegaan (81 – 58 in voorbeeldopgave 10 en 75 – 18 in voorbeeldopgave 11). Ook is er redelijke beheersing van een opgave waarbij de totale afstand moet worden bepaald van een heen- en terugreis waarbij alleen de afstand van de heenreis is gegeven (49 km in voorbeeldopgave 12).

*Voorbeeldopgaven 10-12 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100*

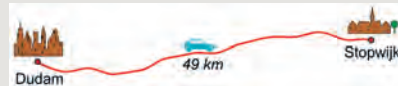
10



De broek is goedkoper geworden.  
Hoeveel euro is de broek goedkoper geworden?

\_\_\_\_\_ euro

12

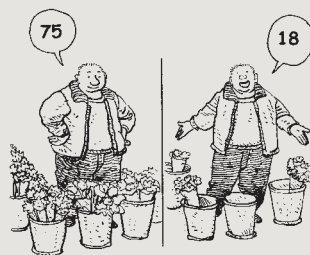


Oom Frits rijdt van Dudam naar Stopwijk en weer terug.

Hoeveel kilometer rijdt hij in totaal?

\_\_\_\_\_ km

11

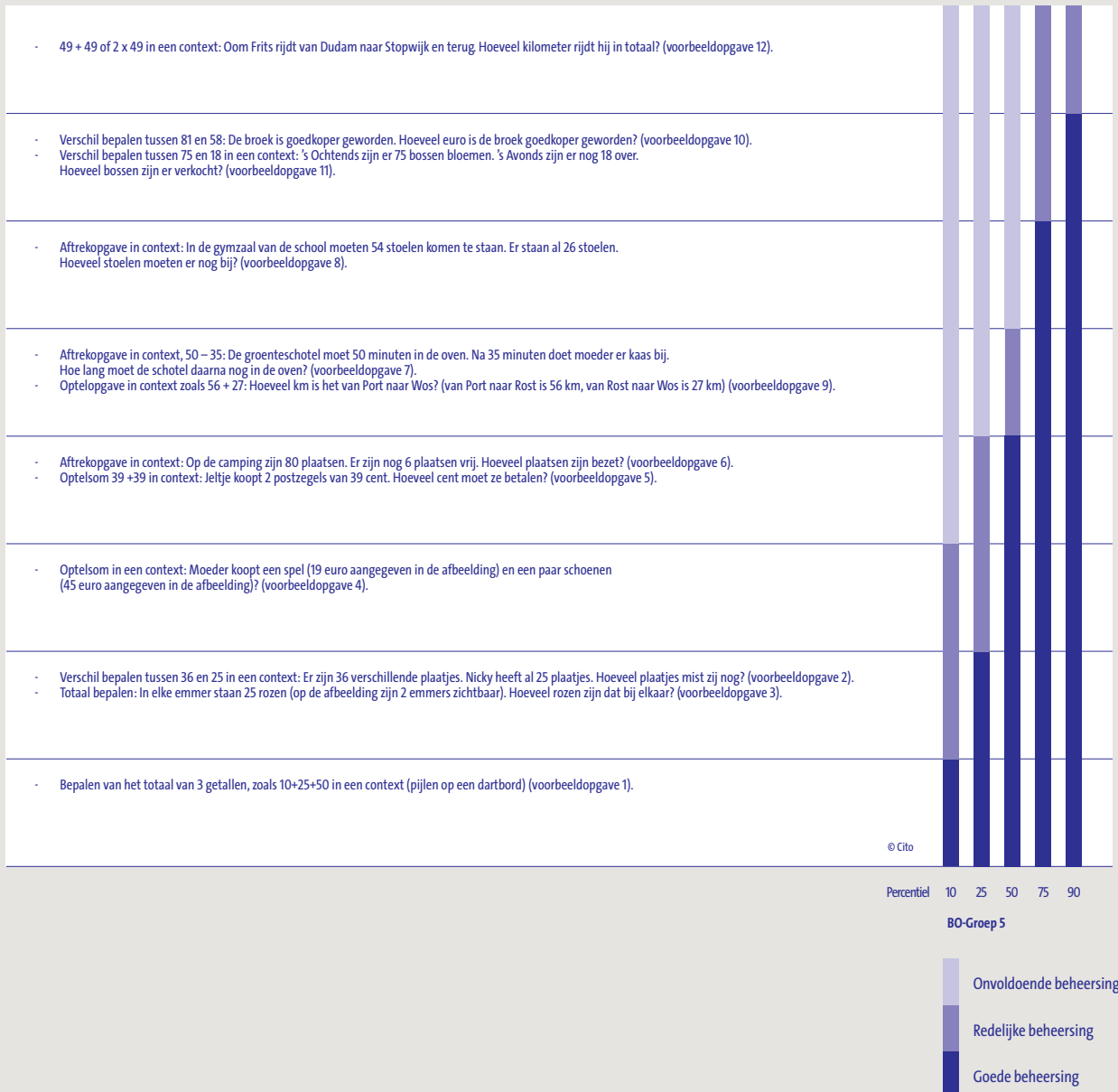


Bram verkoopt bloemen. Hij heeft 's morgens 75 bossen. 's Avonds heeft Bram nog 18 bossen over.  
Hoeveel bossen bloemen heeft Bram die dag verkocht?

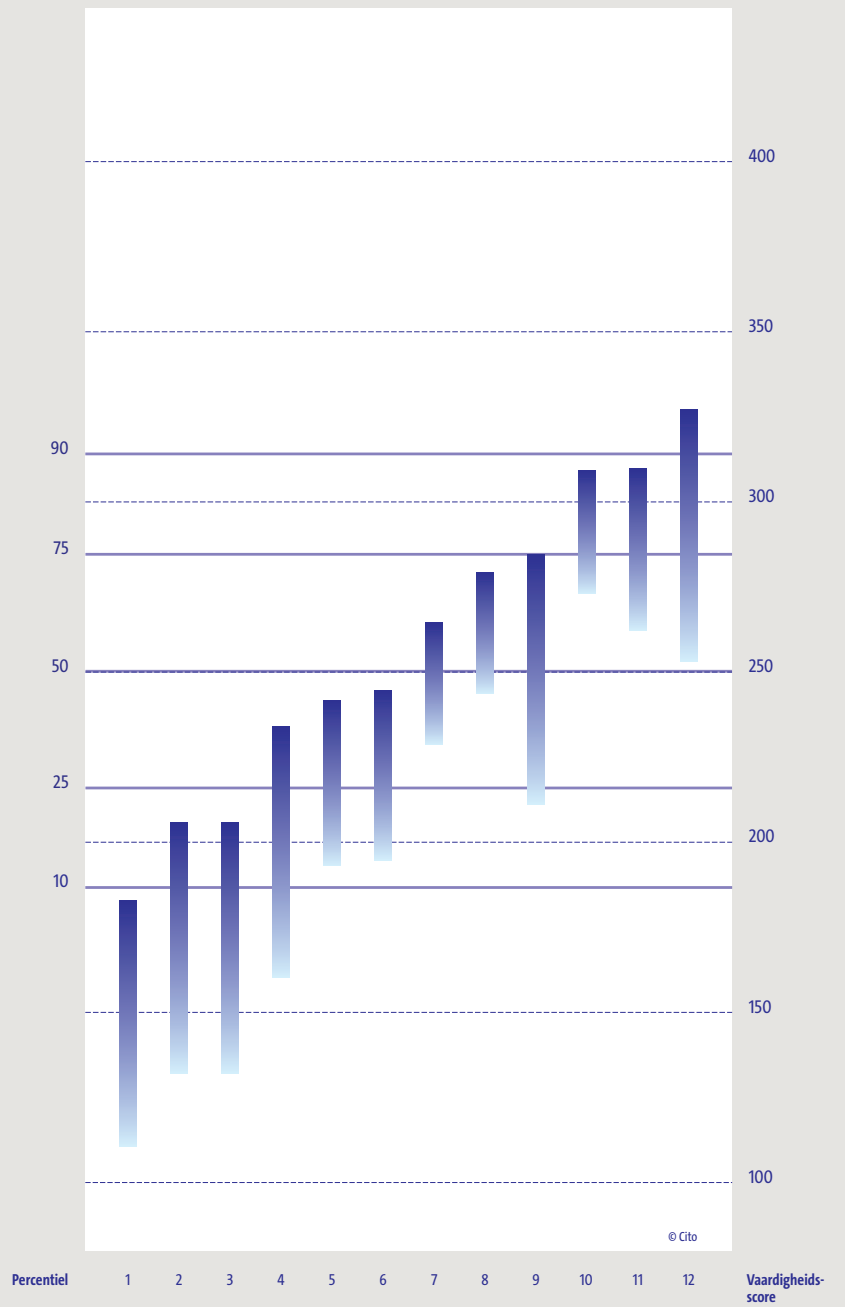
\_\_\_\_\_ bossen bloemen

**De percentiel-90 leerling** beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 12 redelijk.

## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 100

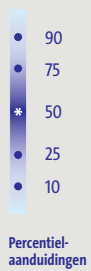
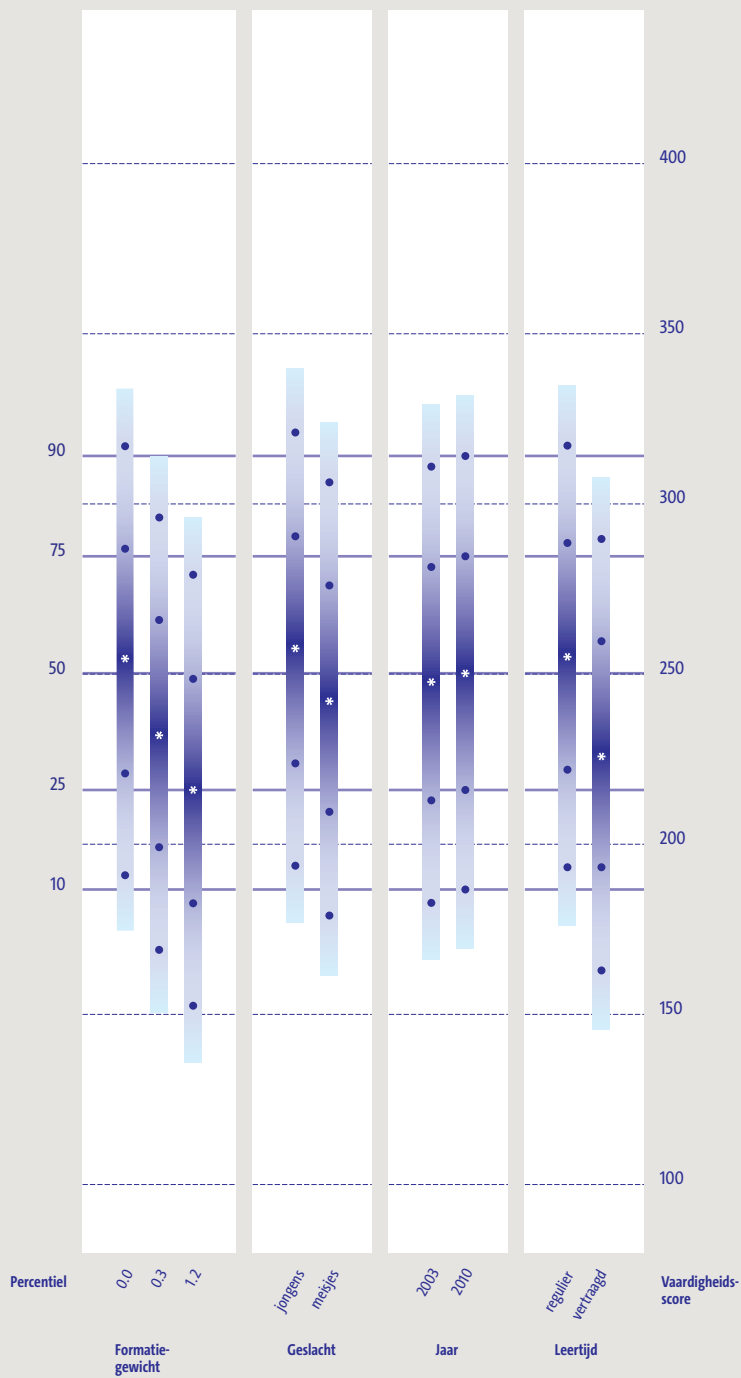


## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 100



Opgaven

Goed  
Matig  
Onvoldoende  
Beheersingsniveau




*Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000*

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en de voorbeeldopgaven 2 en 3 redelijk. Voorbeeldopgave 5 wordt matig beheerst. De voorbeeldopgaven 4 en 6 tot en met 15 beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende. De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van een opgave waarbij het verschil moet worden bepaald tussen 102 en 90 (voorbeeldopgave 1). Een vergelijkbare opgave waarbij 3 moet worden afgetrokken van 102 (voorbeeldopgave 2:  $102 - 3$ ) is iets moeilijker en wordt redelijk beheerst door de percentiel-10 leerling. Ook is er een redelijke beheersing van een optelopgave waarbij twee getallen onder de 100 die een veelvoud zijn van 10 (voorbeeldopgave 3,  $70 + 80$ ) bij elkaar moeten worden opgeteld, waarbij de uitkomst boven de 100 ligt. Een opgave waarbij het verschil moet worden bepaald tussen 115 en 16 wordt matig beheerst door de percentiel-10 leerling (voorbeeldopgave 5,  $115 - 16$ ).

*Voorbeeldopgaven 1-4 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000*

1




Het boek heeft 102 bladzijden.  
Joost heeft 90 bladzijden gelezen.  
Hoeveel bladzijden moet hij nog lezen om het boek uit te krijgen?

\_\_\_\_\_ bladzijden

2  $102 - 3 =$  \_\_\_\_\_

3  $70 + 80 =$  \_\_\_\_\_

4



De jas kostte € 108,-. Helma krijgt tien euro korting.  
Hoeveel euro moet zij betalen?

\_\_\_\_\_ euro

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 6 redelijk. Voorbeeldopgave 7 wordt matig beheerst. Voorbeeldopgaven 8 tot en met 15 wordt door de percentiel-25 leerling onvoldoende beheerst. De percentiel-25 leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij van een getal net boven de 100 (108 in voorbeeldopgave 4) het getal 10 moet worden afgetrokken. Ook is er een redelijke beheersing van een optelopgave zoals  $142 + 128$  (voorbeeldopgave 6) waarbij 2 getallen boven de 100 en onder de 150, die geen veelvoud zijn van 10, bij elkaar moeten worden opgeteld, waarbij de uitkomst een veelvoud is van 10. Een analyse van de antwoorden laat zien dat het goede antwoord (270) door 73% van de leerlingen wordt gekozen. Van de foute antwoorden komt 260 het vaakst voor (3%), gevolgd door 170 (2%) en 280 (1,5%). Het antwoord 14 wordt door 1,5% van de leerlingen gegeven. Bij het antwoord 14 is een verkeerde bewerking uitgevoerd (aftrekken). Enkele leerlingen gaven 70 als antwoord (1%). Hierbij zijn de leerlingen de honderdtallen vergeten. De percentiel-25 leerling heeft een matige beheersing van een opgave waarbij 3 getallen onder de 100 bij elkaar moeten worden opgeteld (voorbeeldopgave 7,  $25 + 37 + 75$ ).



Voorbeeldopgaven 5 en 6 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

- 5 Aan een wandeltocht doen 115 kinderen mee.  
16 kinderen vallen uit.  
Hoeveel kinderen lopen de hele tocht?

\_\_\_\_\_ kinderen

6  $142 + 128 =$  \_\_\_\_\_

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 9 redelijk. De voorbeeldopgaven 10 tot en met 15 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. De gemiddelde leerling heeft een redelijke beheersing van een aftrekopgave zoals  $150 - 62$  (voorbeeldopgave 8). Een analyse van de antwoorden op voorbeeldopgave 8 laat zien dat het goede antwoord door 58% van de leerlingen wordt gekozen. Van de foute antwoorden komt 98 het meest voor (6%) maar ook 92 (3%) en 78 (3%) komen vaak voor. Minder vaak komen de antwoorden 38 (1,5%), 82 (1,5%), 112 (1%) en 42 (1%) voor. Er is een redelijke beheersing van een opgave waarbij het verschil moet worden bepaald tussen 132 en 98 (voorbeeldopgave 9).

Voorbeeldopgaven 7-9 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

- 7 **Basisschool 'De Aster'**  
**Sponsorloop 2009**

onderbouw	€ 25,-
middenbouw	€ 37,-
bovenbouw	€ 75,-

Hoeveel euro heeft de school in totaal ingezameld?

\_\_\_\_\_ euro

8



Ivan deelt 150 kranten uit. Om zeven uur heeft hij al 62 kranten uitgedeeld.

Hoeveel kranten heeft Ivan dan nog over?

\_\_\_\_\_ kranten

- 9 Ingrid en Astrid zoeken mooie schelpen.  
Als ze naar huis gaan heeft Ingrid 98 schelpen en Astrid heeft er 132.  
Astrid heeft er meer.  
Hoeveel meer?

\_\_\_\_\_ schelpen

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 10 tot en met 12 redelijk. De voorbeeldopgaven 13 tot en met 15 beheerst de percentiel-75 leerling onvoldoende. De percentiel-75 leerling heeft een redelijke beheersing van aftrekopgaven zoals  $131 - 51$  (voorbeeldopgave 10),  $250 - 189$  (voorbeeldopgave 11) en  $700 - 395$  (voorbeeldopgave 12).

Voorbeeldopgaven 10-12 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

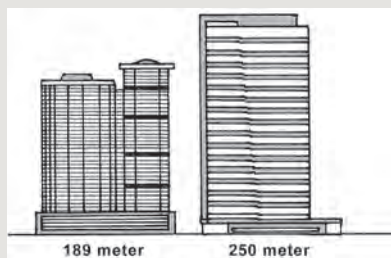
10



Hoeveel cm is Geert langer geworden?

\_\_\_\_\_ cm

11



Het hoogste gebouw is 250 meter hoog.

Het laagste gebouw is 189 meter hoog.

Hoe groot is het verschil?

\_\_\_\_\_ meter

12 Thomas heeft 700 euro gespaard. Hij koopt een fiets van 395 euro.

Hoeveel euro heeft hij nog over?

\_\_\_\_\_ euro

**De percentiel-90 leerling** beheerst de eerste twaalf voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 13 tot en met 15 redelijk. De percentiel-90 leerling heeft een redelijke beheersing van een vlekkenopgave zoals  $998 + ? = 1662$  (voorbeeldopgave 13). Ook is er een redelijke beheersing van complexere optelopgave zoals  $658 + 658$  (voorbeeldopgave 14) en  $44 + 88$  (voorbeeldopgave 15).

Voorbeeldopgaven 13-15 Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

13

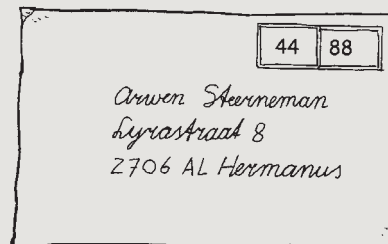
$$998 + \text{vlek} = 1662$$

Welk getal ligt onder de vlek?

\_\_\_\_\_

14  $658 + 658 =$  \_\_\_\_\_

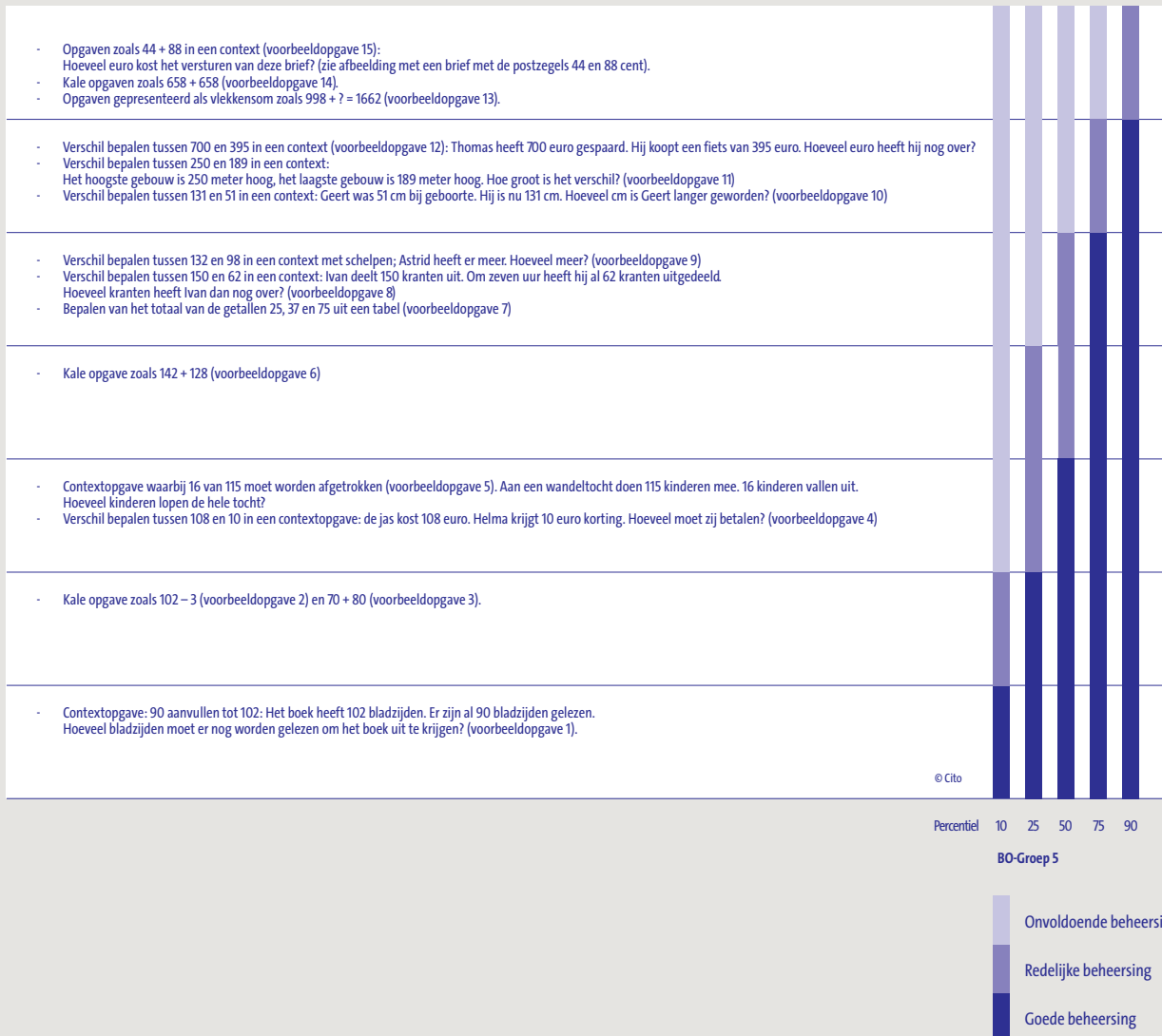
15



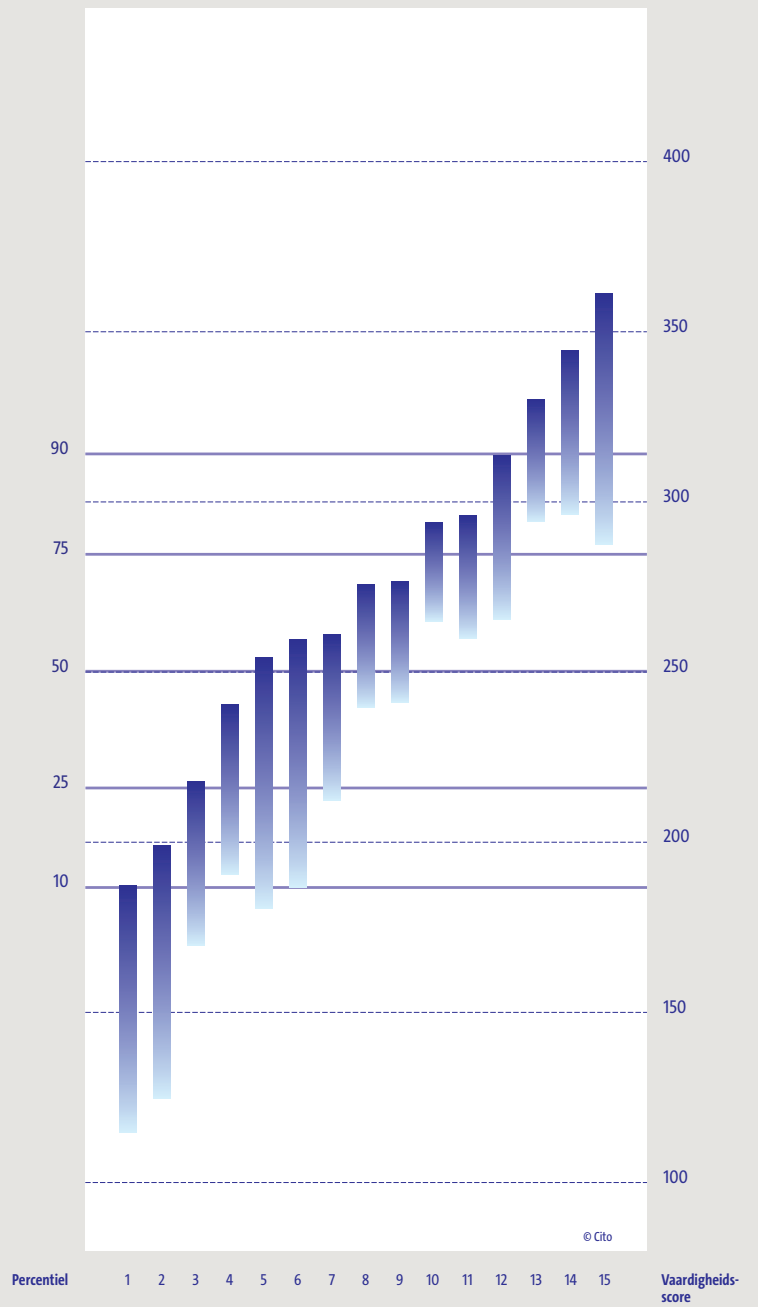
Hoeveel eurocent kost het versturen van deze brief?

\_\_\_\_\_ eurocent

## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 1000

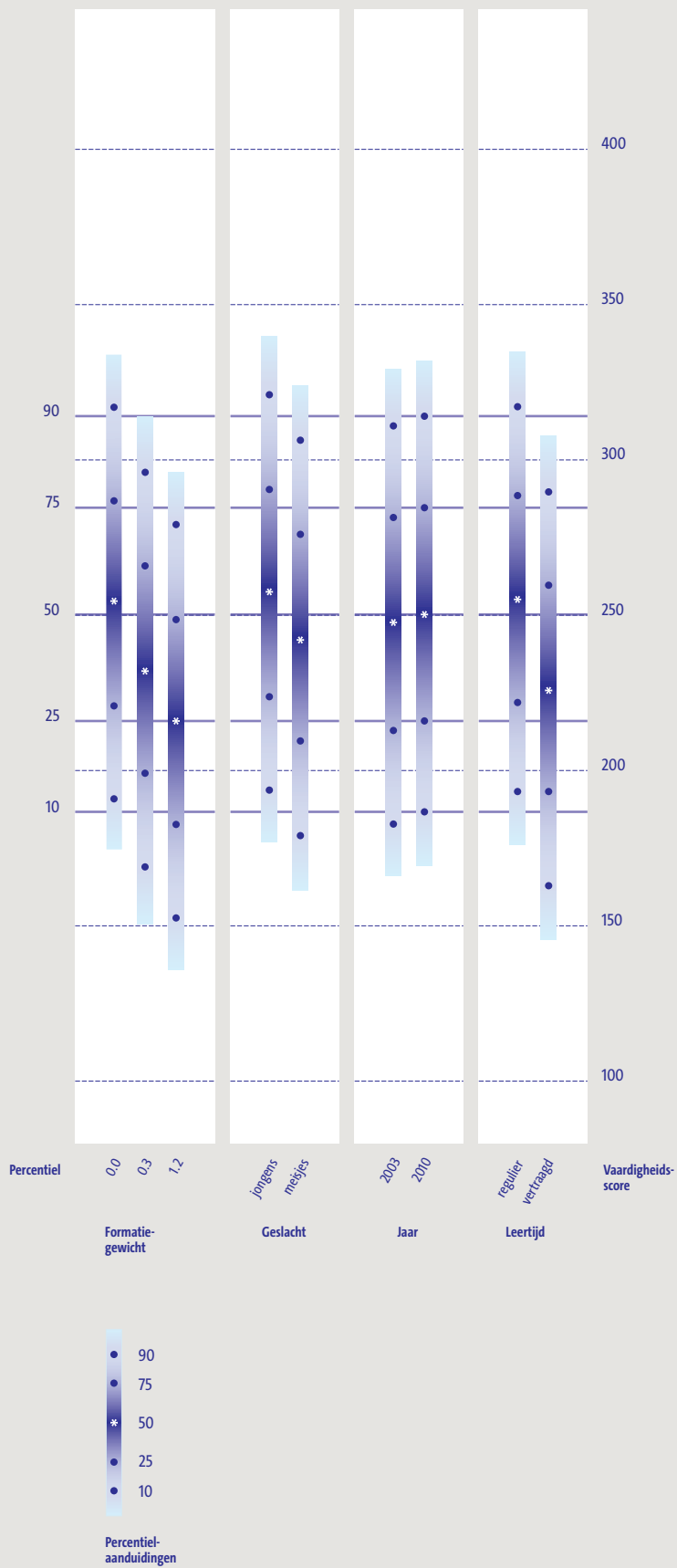


De vaardigheidsschaal bij het onderwerp  
**Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 1000**



Opgaven





## **Verschillen tussen leerlingen**

### **Verschillen tussen leerlingen met verschillende formatiegewichten**

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met formatiegewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het formatiegewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met formatiegewicht 0.00 is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een formatiegewicht van 0.30 is 232. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een formatiegewicht 1.20 is 216. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 62% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 50%. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 53% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 38% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 24%.

### **Verschillen tussen jongens en meisjes**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van de meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 257. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 242. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-18 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-64 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 70% de percentiel-25 score en ongeveer 44% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 80% de percentiel-25 score en ongeveer 55% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### **Verschillen tussen 2010 en 2003**

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 247. Er is een klein verwaarloosbaar verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003 ten gunste van 2010.

### **Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 226. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-10 reguliere leerling. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-55 reguliere leerling. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 54% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 58% de percentiel-25 score en ongeveer 32% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

## **4.5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen**

### **Inhoud**

Bij dit onderwerp gaat het om vermenigvuldig- en deelopgaven met gehele getallen voornamelijk in het getalgebied tot 100, die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken.

Het gaat hierbij om:

- vermenigvuldigingen met natuurlijke getallen waarbij werkwijzen gebruikt kunnen worden zoals bijvoorbeeld:
  - hergroeperen ( $4 \times 7 \times 25 = 4 \times 25 \times 7$ );
  - splitsen ( $7 \times 12 = 7 \times 10 + 7 \times 2$ );
  - compenseren ( $7 \times 18 = 7 \times 20 - 7 \times 2$ );
  - verdubbelen en halveren ( $8 \times 25 = 4 \times 50 = 2 \times 100$ );
  - redeneringen ( $9 \times 5 = 9 \times 10 : 2$ ).
- delingen met natuurlijke getallen waarbij werkwijzen gebruikt kunnen worden zoals bijvoorbeeld;
  - splitsen ( $110 : 10 = 100 : 10 + 10 : 10$ );
  - happen ( $132 : 6 = 60 : 6 + 60 : 6 + 12 : 6$ );
  - compenseren ( $72 : 8 = 80 : 8 - 8 : 8$ );
  - verdubbelen ( $45 : 5 = 90 : 10$ ).

Anders dan bij basisautomatismen is er geen tijdsdruk bij het maken van de opgaven.

De opgaven worden zowel kaal (zonder context) aangeboden als in een zo realistisch mogelijke context.

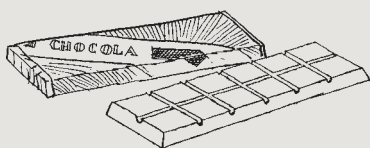
Het onderwerp bevat zowel opgaven in het getalgebied tot 100 als opgaven in het getalgebied tot 1000. De opgaven zijn geanalyseerd binnen een gemeenschappelijke schaal.

### Wat leerlingen kunnen

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 3 tot en met 5 redelijk. Voorbeeldopgave 7 beheerst de percentiel-10 leerling matig. De voorbeeldopgaven 6 en 8 tot en met 20 beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende. De percentiel-10 leerling heeft een goede beheersing van vermenigvuldigopgaven zoals  $2 \times 12$  (voorbeeldopgave 1) en  $3 \times 5$  (voorbeeldopgave 2). De percentiel-10 leerling heeft een redelijke beheersing van een deelopgave zoals  $30 : 5$  (voorbeeldopgave 3) en vermenigvuldigopgaven  $6 \times 5$  (voorbeeldopgave 4) en  $8 \times 3$  (voorbeeldopgave 5). Een deelopgave zoals voorbeeldopgave 7 waarbij wordt gevraagd hoeveel zakken van 20 liter nodig zijn om aan 80 liter te komen, beheerst deze leerling matig.

*Voorbeeldopgaven 1-2 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*

1



In 1 reep zitten 12 stukjes chocola.  
Hoeveel stukjes zitten er in 2 repen?

\_\_\_\_\_ stukjes

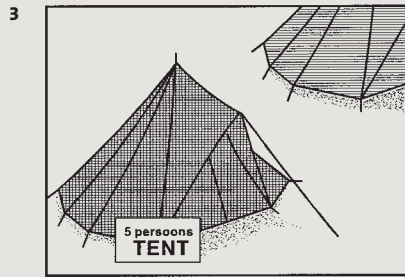
2



In een doos zitten 5 tompoezen.  
Hoeveel tompoezen zitten in 3 dozen samen?

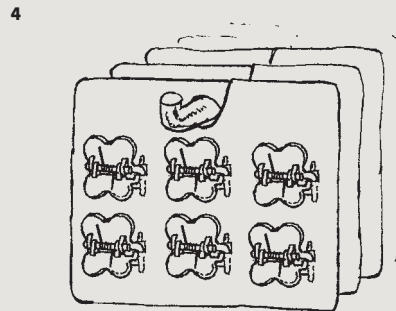
\_\_\_\_\_ tompoezen

Voorbeeldopgaven 3-5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen



In één tent kunnen 5 kinderen.  
Hoeveel tenten zijn er nodig voor 30 kinderen?

\_\_\_\_\_ tenten



Er zitten 6 haarklemmetjes op een kaartje.  
Mevrouw Niels koopt 5 kaartjes.  
Hoeveel haarklemmetjes zijn dat samen?

\_\_\_\_\_ haarklemmetjes

5 Juf Ank verdeelt de klas in 8 groepjes van 3 kinderen.  
Hoeveel kinderen zijn er dan in die klas?

\_\_\_\_\_ kinderen

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 5 tot en met 7 redelijk. Voorbeeldopgave 8 beheerst de percentiel-25 leerling matig. Voorbeeldopgaven 9 tot en met 20 wordt door de percentiel-25 leerling onvoldoende beheerst. De percentiel-25 leerling heeft een redelijke beheersing van een deelopgave zoals voorbeeldopgave 6 waarbij 35 koeken worden ingepakt in dozen van 7 koeken. Er wordt dan gevraagd naar het aantal dozen dat daarvoor nodig is. Deze leerling heeft een matige beheersing van een deelopgave zoals voorbeeldopgave 8, waarbij gevraagd wordt hoeveel pakken met 4 boekjes de juf moet kopen als zij elk van de 24 leerlingen een boekje wil geven.



Voorbeeldopgaven 6 en 7 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

6



Evelien moet 35 koeken inpakken. In één pak gaan 7 koeken.

Hoeveel pakken heeft ze nodig?

\_\_\_\_\_ pakken

7



Pjotr heeft 80 liter aarde nodig.

Hoeveel zakken van 20 liter heeft hij nodig?

\_\_\_\_\_ zakken

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 9 tot en met 15 redelijk. Voorbeeldopgave 16 beheerst de gemiddelde leerling matig. De voorbeeldopgaven 17 tot en met 20 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. De gemiddelde leerling heeft een redelijke beheersing van een deelopgave die met de tafels onder de 10 is op te lossen, zoals voorbeeldopgave 9 ( $63 : 7$ ). Ook beheerst de gemiddelde leerling deelopgaven waarbij gedeeld moet worden door veelvouden van 10 zoals voorbeeldopgaven 11 ( $100 : 20$ ) en 12 ( $160 : 20$ ). Ook een deelopgave waarbij gedeeld moet worden door 5 waarbij de oplossing niet rechtstreeks kan worden gevonden met de kennis van de tafels, zoals voorbeeldopgave 15 ( $60 : 5$ ) wordt redelijk beheerst door de gemiddelde leerling. Vermenigvuldigopgaven die net iets verder gaan dan de reguliere tafels onder de 10 worden redelijk beheerst door de gemiddelde leerling. Voorbeelden daarvan zijn voorbeeldopgave 10 ( $12 \times 6$ ), voorbeeldopgave 13 ( $4 \times 20$ ) en voorbeeldopgave 14 ( $12 \times 4$ ). Een vergelijkingsopgave, zoals voorbeeldopgave 16 waarbij wordt gegeven dat 8 dropveters 70 cent kosten en gevraagd wordt hoeveel 4 dropveters kosten, wordt matig beheerst door de gemiddelde leerling.

Voorbeeldopgaven 8-13 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

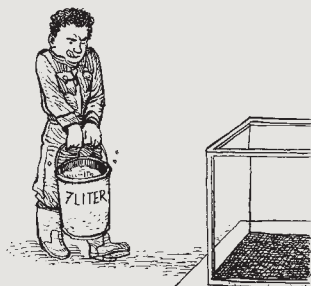
8



In een pakje zitten 4 boekjes.  
Juf geeft aan alle 24 kinderen een boekje.  
Hoeveel van die pakjes moest de juf kopen?

\_\_\_\_\_ pakjes

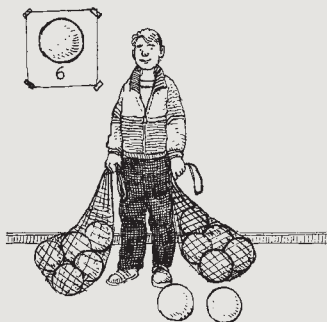
9



René heeft 63 liter water nodig om zijn visserkom te vullen.  
Hoeveel volle emmers zijn dat?

\_\_\_\_\_ emmers

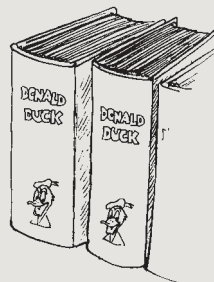
10



Eén bal kost 6 euro. Tim koopt 12 ballen voor school.  
Hoeveel euro moet Tim betalen?

\_\_\_\_\_ euro

11



Jasper wil zijn 100 Donald Ducks in banden van 20 opbergen.

Hoeveel banden moet hij kopen?

\_\_\_\_\_ banden

12



Ronald heeft alleen briefjes van 20 euro.  
Hij moet € 160,- betalen.

Hoeveel briefjes van 20 euro heeft hij nodig?

\_\_\_\_\_ briefjes

13

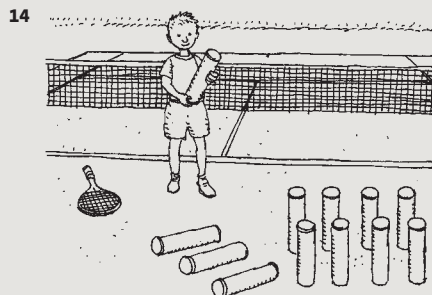


Achmed heeft 20 pakjes voetbalplaatjes gekregen. In een pakje zitten 4 plaatjes.

Hoeveel plaatjes heeft Achmed in totaal gekregen?

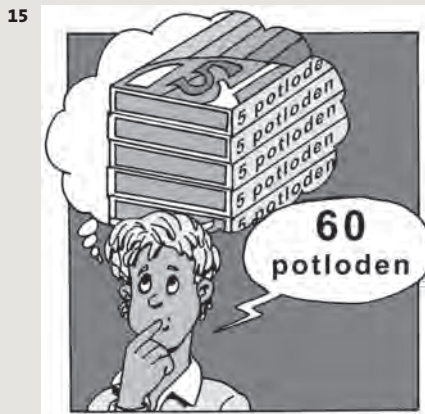
\_\_\_\_\_ plaatjes

Voorbeeldopgaven 14 en 15 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen



Joris ruimt na de tennisles de ballen op. Hij vult 12 kokers met ballen. In elke koker gaan 4 ballen. Hoeveel ballen heeft Joris in totaal opgeruimd?

\_\_\_\_\_ ballen



60 potloden!  
Hoeveel dozen van 5 potloden zijn dat?

\_\_\_\_\_ dozen

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste veertien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 15 tot en met 18 redelijk. De voorbeeldopgaven 19 en 20 beheerst de percentiel 75-leerling onvoldoende.

De percentiel-75 leerling heeft een redelijke beheersing van een vermenigvuldigopgave met een kommagetal zoals voorbeeldopgave 17 ( $4 \times 12,50$ ). Ook beheerst de percentiel-75 leerling voorbeeldopgave 18 redelijk waarbij de som  $8 \times 8$  wordt gevraagd in een complexere context. De leerling wordt door de opgave op het spoor van verdubbeling geplaatst door de tekstballon in de opgave.

Voorbeeldopgaven 16-18 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

16 8 dropveters kosten 70 cent.  
Hoeveel kosten dan 4 dropveters?

\_\_\_\_\_ cent

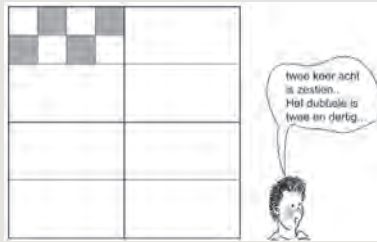
17 Dit zijn vier boekenbonnen van 12,50 euro.



Voor hoeveel euro kun je met deze bonnen boeken kopen?

\_\_\_\_\_ euro

18 Vader gaat de vloer zo betegelen.



Hij rekent uit hoeveel tegels hij hiervoor nodig heeft.

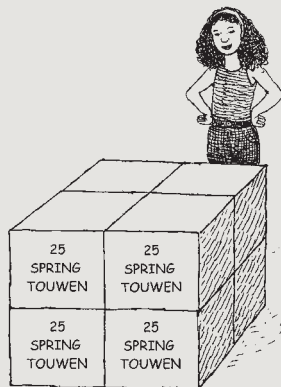
Vader heeft \_\_\_\_\_ tegels nodig.

**De percentiel-90 leerling** beheerst de eerste zeventien voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 18 en 19 redelijk. De voorbeeldopgave 20 wordt door de percentiel-90 leerling onvoldoende beheerst.

De percentiel-90 leerling heeft een redelijke beheersing van voorbeeldopgave 19 waarbij  $8 \times 25$  moet worden uitgerekend. Voorbeeldopgave 20 wordt onvoldoende beheerst door de percentiel-90 leerling.

*Voorbeeldopgaven 19 en 20 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*

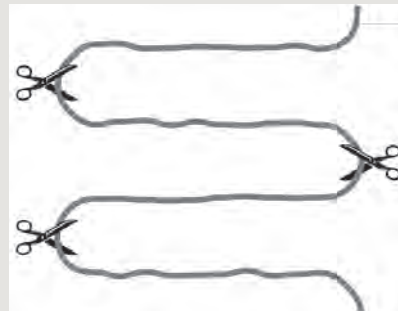
19



In elke doos zitten 25 springtouwen.  
Hoeveel springtouwen zijn dit samen?

\_\_\_\_\_ springtouwen

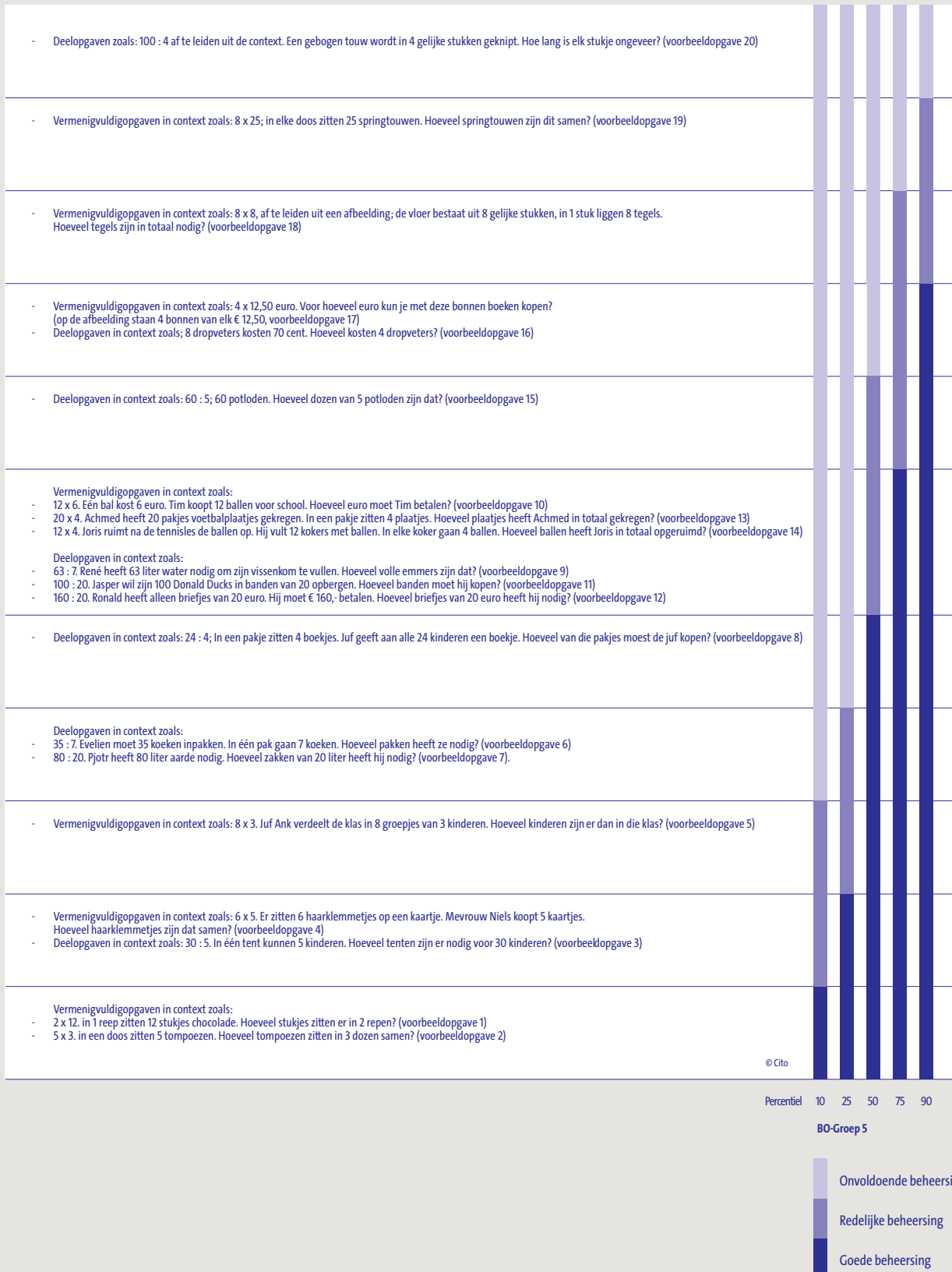
20



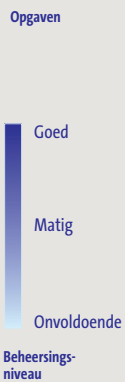
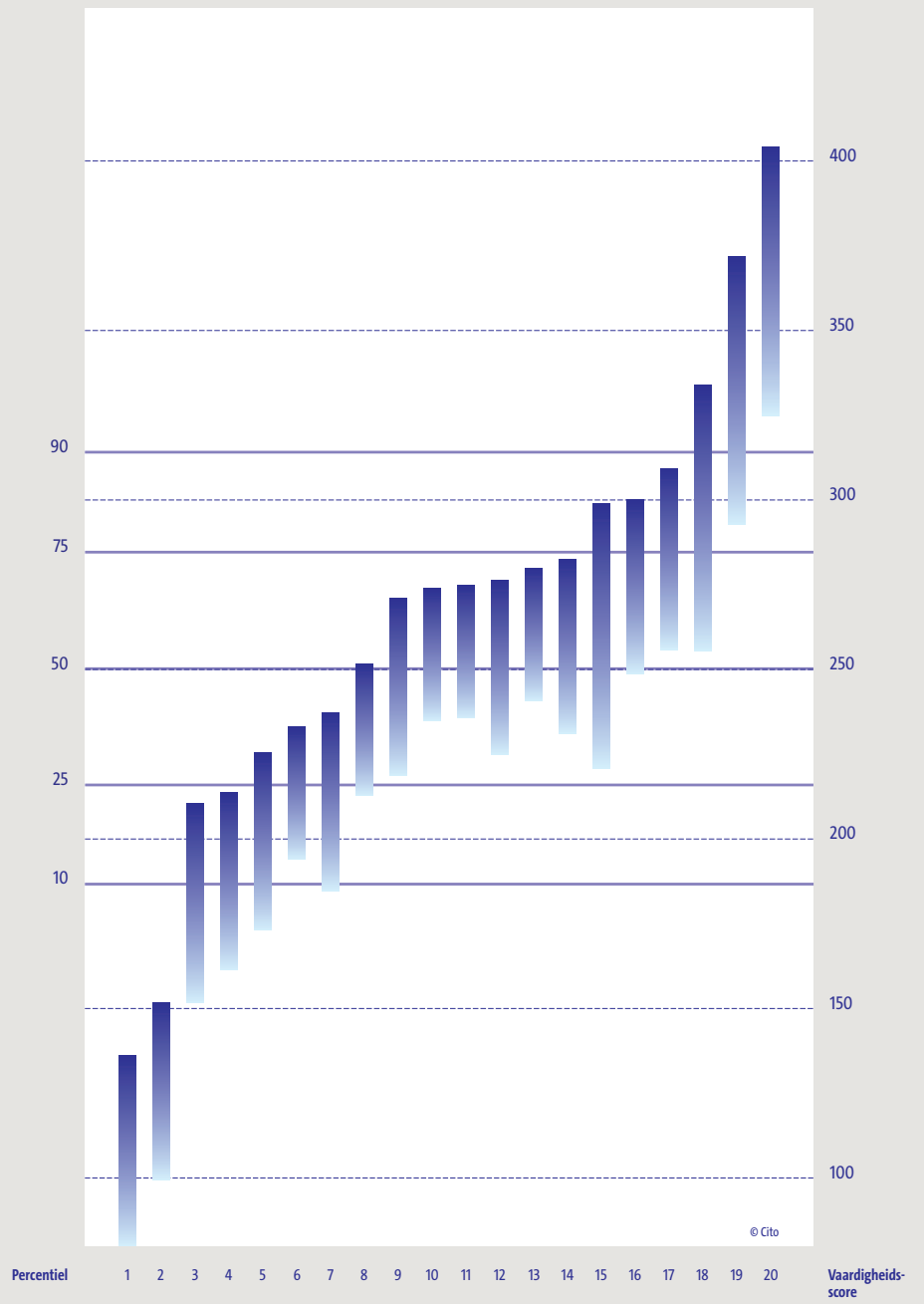
Dit touw is 100 cm.  
Lotte knipt het touw op deze manier.  
Hoe lang is elk stukje touw ongeveer?

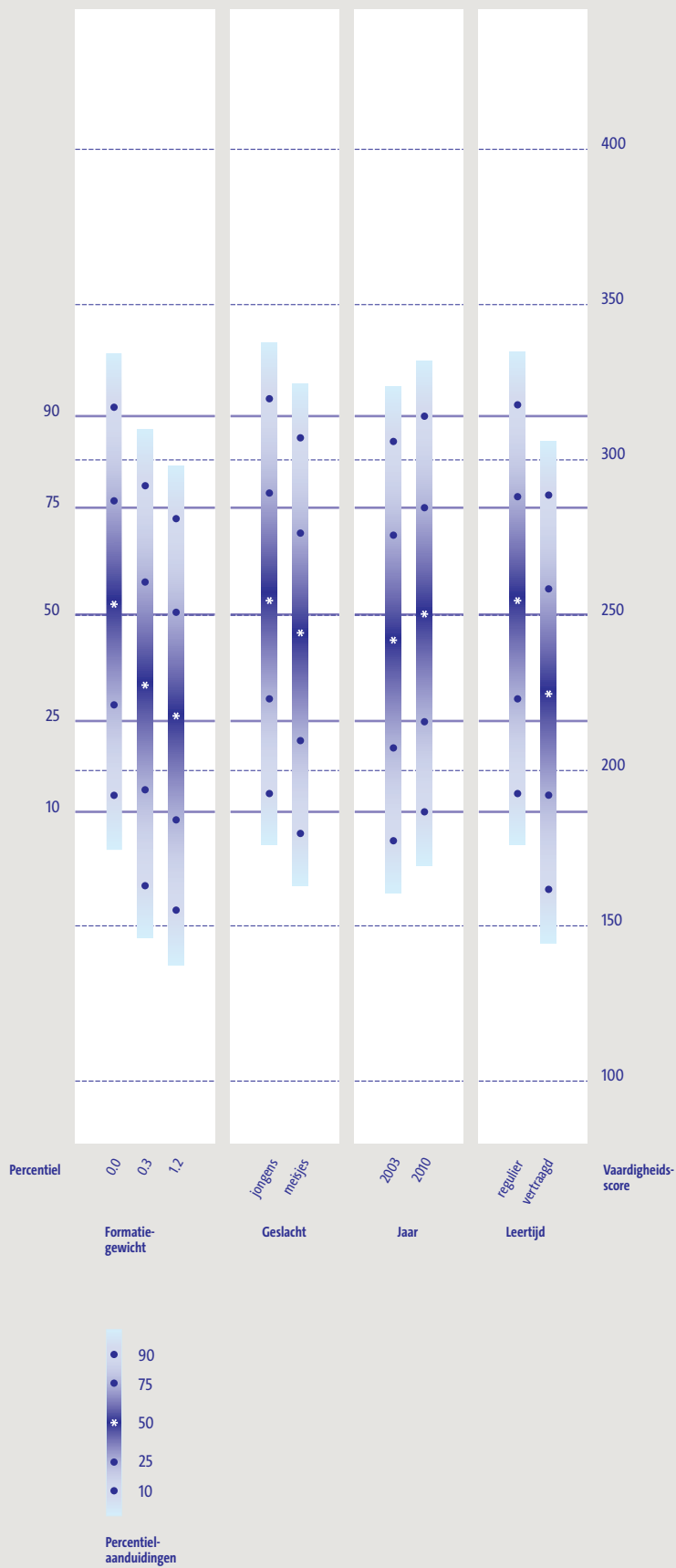
\_\_\_\_\_ cm

## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen



De vaardigheidsschaal bij het onderwerp  
**Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen**





## **Verschillen tussen leerlingen**

### **Verschillen tussen leerlingen met verschillende formatiegewichten**

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met formatiegewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het formatiegewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met formatiegewicht 0.00 is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een formatiegewicht van 0.30 is 228. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een formatiegewicht 1.20 is 218. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 62% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 52%. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 52% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 32% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 25%.

### **Verschillen tussen jongens en meisjes**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van de meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 256. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 244. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-18 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-65 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 70% de percentiel-25 score en ongeveer 45% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 80% de percentiel-25 score en ongeveer 54% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### **Verschillen tussen 2010 en 2003**

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 242. Er is een klein verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003 ten gunste van 2010.

### **Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 225. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-10 leerling regulier. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-54 leerling regulier. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 79% de percentiel-25 score en ongeveer 54% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 58% de percentiel-25 score en ongeveer 31% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.



## 4.6 Bewerkingen: complexere toepassingen

### Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om het passende gebruik van rekenprocedures in complexere probleemsituaties. Alle opgaven worden in een zo realistische mogelijke context aangeboden. De leerling moet meer getalsmatige gegevens met elkaar in verband brengen en daarbij zelf eerst een relevant gegeven uit het verhaal of de afbeelding afleiden of uitrekenen om de gestelde vraag te kunnen beantwoorden. Hierbij is niet alleen het berekenen van belang, maar ook de keuze van de relevante bewerkingen. De voorgelegde problemen doen een beroep op het gecombineerde gebruik van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen of informeel delen in het getalgebied tot 100. Bij een beperkt aantal opgaven rekent de leerling in het getalgebied tot 1000.

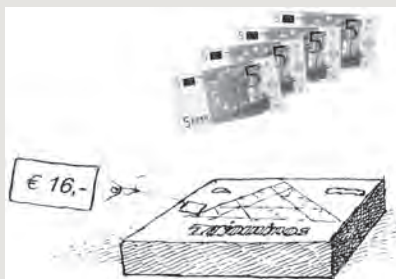
### Wat leerlingen kunnen

**De percentiel-10 leerling** beheerst alle voorbeeldopgaven 1 tot en met 13 onvoldoende.

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven redelijk en voorbeeldopgave 4 matig. Voorbeeldopgaven 5 tot en met 13 worden door de percentiel-25 leerling onvoldoende beheerst.

### Voorbeeldopgaven 1-3 Bewerkingen: complexere toepassingen

1



Linda heeft 4 briefjes van 5 euro.  
Ze koopt een spel voor 16 euro.  
Hoeveel euro heeft ze nog over?

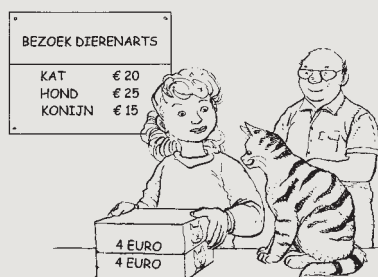
\_\_\_\_\_ euro

2

Sjoerd heeft 50 knikkers.  
Hij wint er eerst 18.  
Daarna verliest hij er 17.  
Hoeveel knikkers heeft Sjoerd nu?

\_\_\_\_\_ knikkers

3



Jasmin gaat met haar kat naar de dierenarts.  
Het bezoeken kost 20 euro.  
Ze koopt ook 2 dozen met pillen. Elke doos kost 4 euro.  
Hoeveel euro moet ze in totaal betalen?

\_\_\_\_\_ euro

Opgaven met de volgende bewerkingen worden door de percentiel-25 leerlingen redelijk beheerst:

- $4 \times 5 - 16$  (4 briefjes van 5 euro – 16 euro, voorbeeldopgave 1)
- $50 + 18 - 17$  (50 knikkers + 18 gewonnen – 17 verloren, voorbeeldopgave 2)
- $20 + 2 \times 4$  (bezoek 20 euro + 2 doosjes van 4 euro, voorbeeldopgave 3)

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 6 redelijk. Voorbeeldopgaven 7 en 8 beheerst de gemiddelde leerling matig. De voorbeeldopgaven 9 tot en met 13 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende.

Opgaven met de volgende bewerkingen worden door de gemiddelde leerling redelijk beheerst:

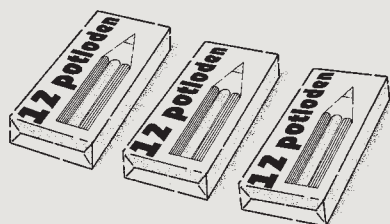
- $3 \times 12 - 32$  (3 doosjes van 12 – 32 potloden, voorbeeldopgave 4)
- 26 kinderen, 7 kinderen per auto, hoe vaak rijdt de auto? (voorbeeldopgave 5)
- $2 \times 25 - 20 \times 2$  (2 dozen met 25, 20 kinderen elk 2, hoeveel blijft over?, voorbeeldopgave 6)

De voorbeeldopgaven 7 en 8 worden door de gemiddelde leerling matig beheerst:

- $3 \times 10 : 6$  (3 briefjes van 10 betalen, 6 euro per dag, hoeveel dagen? Voorbeeldopgave 7)
- $4 \times 1,50 + 4 \times 0,5$  (4 blikjes van 1,50 en 4 zakjes van 0,50, voorbeeldopgave 8)

*Voorbeeldopgaven 4-6 Bewerkingen: complexere toepassingen*

4



In de klas zitten 32 kinderen.  
Ieder kind krijgt een potlood.  
Hoeveel potloden blijven er over?

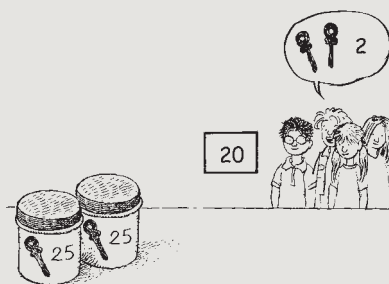
\_\_\_\_\_ potloden

5

In een auto kunnen 7 kinderen mee.  
Hoe vaak moet die auto rijden om 26 kinderen weg te brengen?

\_\_\_\_\_ keer

6



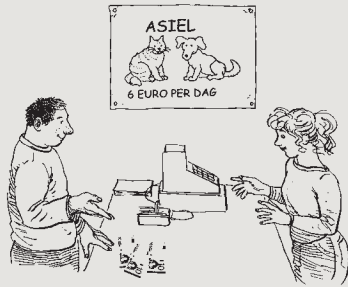
Meester Bas heeft 2 dozen met 25 dropsleutels.  
Alle 20 leerlingen in de klas krijgen 2 dropsleutels.  
Hoeveel dropsleutels houdt meester Bas over?

\_\_\_\_\_ dropsleutels

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste zeven voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 8 tot en met 11 redelijk. De voorbeeldopgaven 12 en 13 beheerst de percentiel 75-leerling onvoldoende.

Voorbeeldopgaven 7-11 Bewerkingen: complexere toepassingen

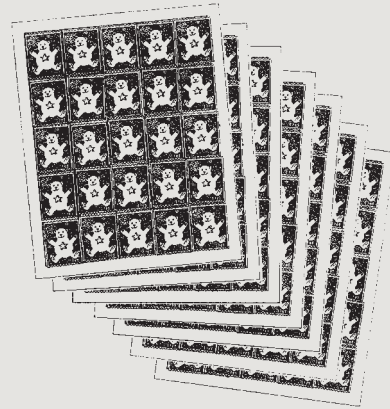
7



Leon is terug van vakantie.  
Hij haalt zijn hond bij het asiel en betaalt met  
3 briefjes van 10 euro.  
Hij krijgt niets terug.  
Hoeveel dagen is de hond in het asiel geweest?

\_\_\_\_\_ dagen

10



Merve heeft 7 volle spaarkaarten.  
Hoeveel zegels heeft ze dan al in totaal?

\_\_\_\_\_ zegels

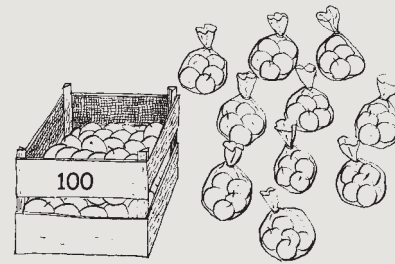
8



Arno koopt bij de strandtent 4 blikjes limonade en 4  
zakjes chips.  
Hoeveel moet hij betalen?

\_\_\_\_\_ euro

11



Voor de sportdag is een kist met 100 appels gekocht.  
Er worden steeds 5 appels in een zak gedaan.  
Er zijn al 10 zakken gevuld.  
Hoeveel zakken kunnen dan nog gevuld worden?

\_\_\_\_\_ zakken

9



Groep 5 gaat touwtje springen.  
3 kinderen hebben één touwtje nodig.  
In groep 5 zitten 26 kinderen. Ook de juf doet mee.  
Hoeveel touwtjes zijn nodig?

\_\_\_\_\_ touwtjes

De volgende opgaven worden door de percentiel-75 leerling redelijk beheerst:

- $4 \times 1,50 + 4 \times 0,5$  (4 blikjes van 1,50 en 4 zakjes van 0,50, voorbeeldopgave 8)
- $26 + 1 : 3$  (3 kinderen per touw, 26 kinderen + de juf, voorbeeldopgave 9)
- $5 \times 5 \times 7$  (5 rijen, 5 kolommen, 7 kaarten, voorbeeldopgave 10)
- $(100 - (5 \times 10)) : 5$  (100 appels, 5 per zak, al 10 zakken gevuld, hoeveel zakken nog vullen? Voorbeeldopgave 11)

**De percentiel-90 leerling** beheerst de eerste tien voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 11 en 12 redelijk. De voorbeeldopgave 13 wordt door de percentiel-90 leerling matig beheerst.

De volgende opgaven worden door de percentiel-90 leerling redelijk beheerst:

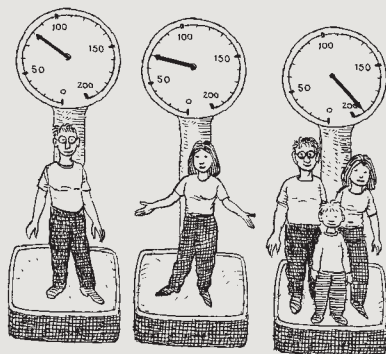
- $(100 - (5 \times 10)) : 5$  (100 appels, 5 per zak, al 10 zakken gevuld, hoeveel zakken nog vullen? Voorbeeldopgave 11)
- $190 - 80 - 70$  (Vader, moeder en Ryan samen op de weegschaal = 190, vader alleen = 80, moeder alleen = 70, hoeveel weegt Ryan? voorbeeldopgave 12)

De volgende opgave wordt door de percentiel-90 leerling matig beheerst:

- $326 + 25 + 25$  (326 km op teller, 25 km heen erbij en 25 km terug erbij, totaal? voorbeeldopgave 13)

*Voorbeeldopgaven 12 en 13 Bewerkingen: complexere toepassingen*

12

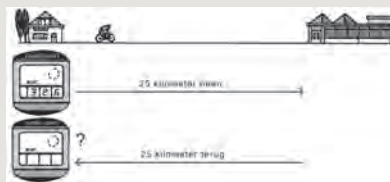


Eerst gaat vader op de weegschaal staan en daarna gaat moeder op de weegschaal staan. Als laatste gaat Ryan met zijn vader en zijn moeder samen op de weegschaal staan.

Hoeveel kg weegt Ryan?

\_\_\_\_\_ kg

13



Meester Jaap woont 25 km van de school.

Vanmorgen stond de kilometerteller van zijn fiets op 326.

Hij fietst naar school en weer terug.

Wat geeft de kilometerteller aan als hij weer terug is?

--	--	--

### **Frequentieanalyse**

Van een aantal voorbeeldopgaven is in kaart gebracht welke antwoorden het meeste voorkwamen.

#### *Voorbeeldopgave 7*

55% van de leerlingen gaf het goede antwoord. 9% van de leerlingen gaf 30 als antwoord. Het antwoord 3 werd door 6% van de leerlingen gekozen. En 4% van de leerlingen kwam tot het antwoord 6. Zo'n 7% van de leerlingen is niet tot een antwoord gekomen.

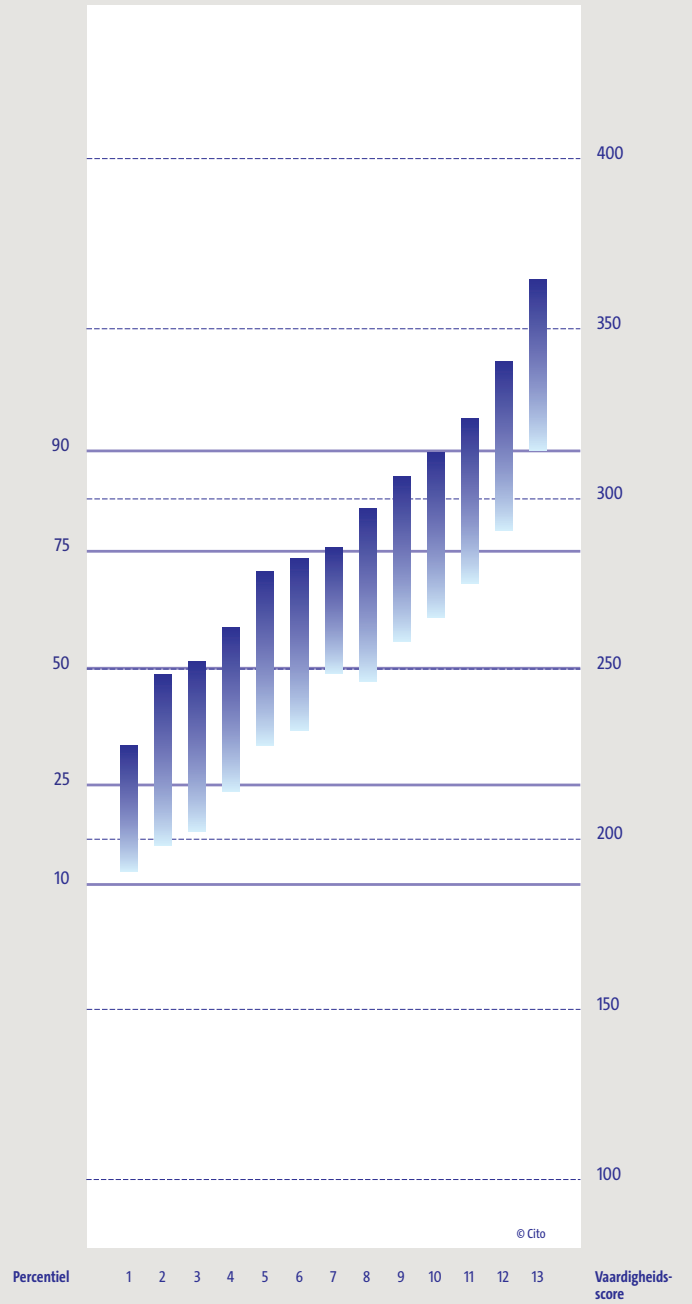
#### *Voorbeeldopgave 8*

48% van de leerlingen gaf het goede antwoord. Ongeveer 4,5% van de leerlingen kwam tot het antwoord 6. Ook ongeveer 4,5% van de leerlingen kwam tot het antwoord 10. Een kleine 4% van de leerlingen gaf 12 als antwoord en nog eens 4% van de leerlingen gaf 7 als antwoord. Ongeveer 8% van de leerlingen gaf geen antwoord.

#### *Voorbeeldopgave 12*

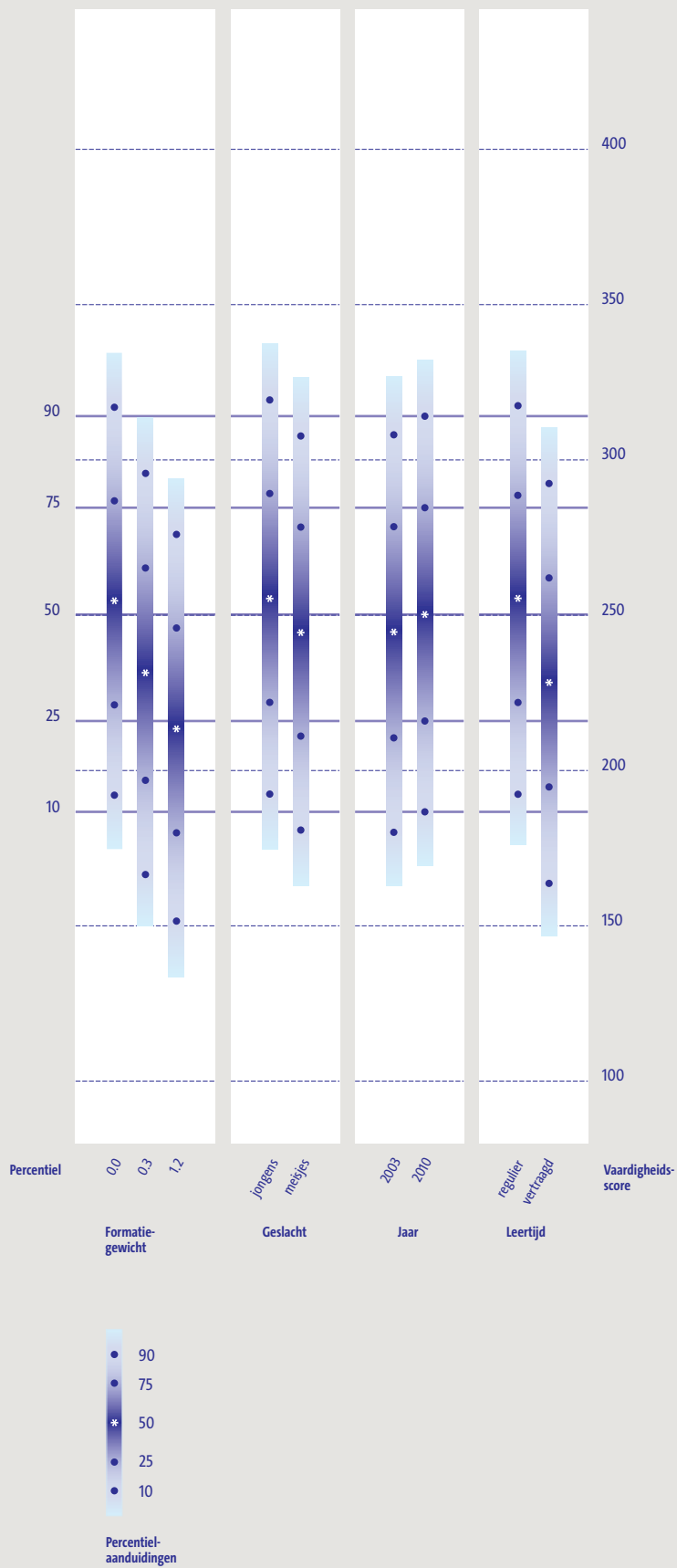
30% van de leerlingen gaf het goede antwoord. Het foutieve antwoord dat het vaakst voorkwam is 50. Dit antwoord is door 16% van de leerlingen gegeven. Zo'n 5% van de leerlingen gaf als antwoord 20. Ook ongeveer 5% van de leerlingen kwam tot antwoord 30. Bijna 4% van de leerlingen gaf 200 als antwoord. Ruim 9% van de leerlingen kwam niet tot een antwoord op deze voorbeeldopgave.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp  
**Bewerkingen: complexere toepassingen**

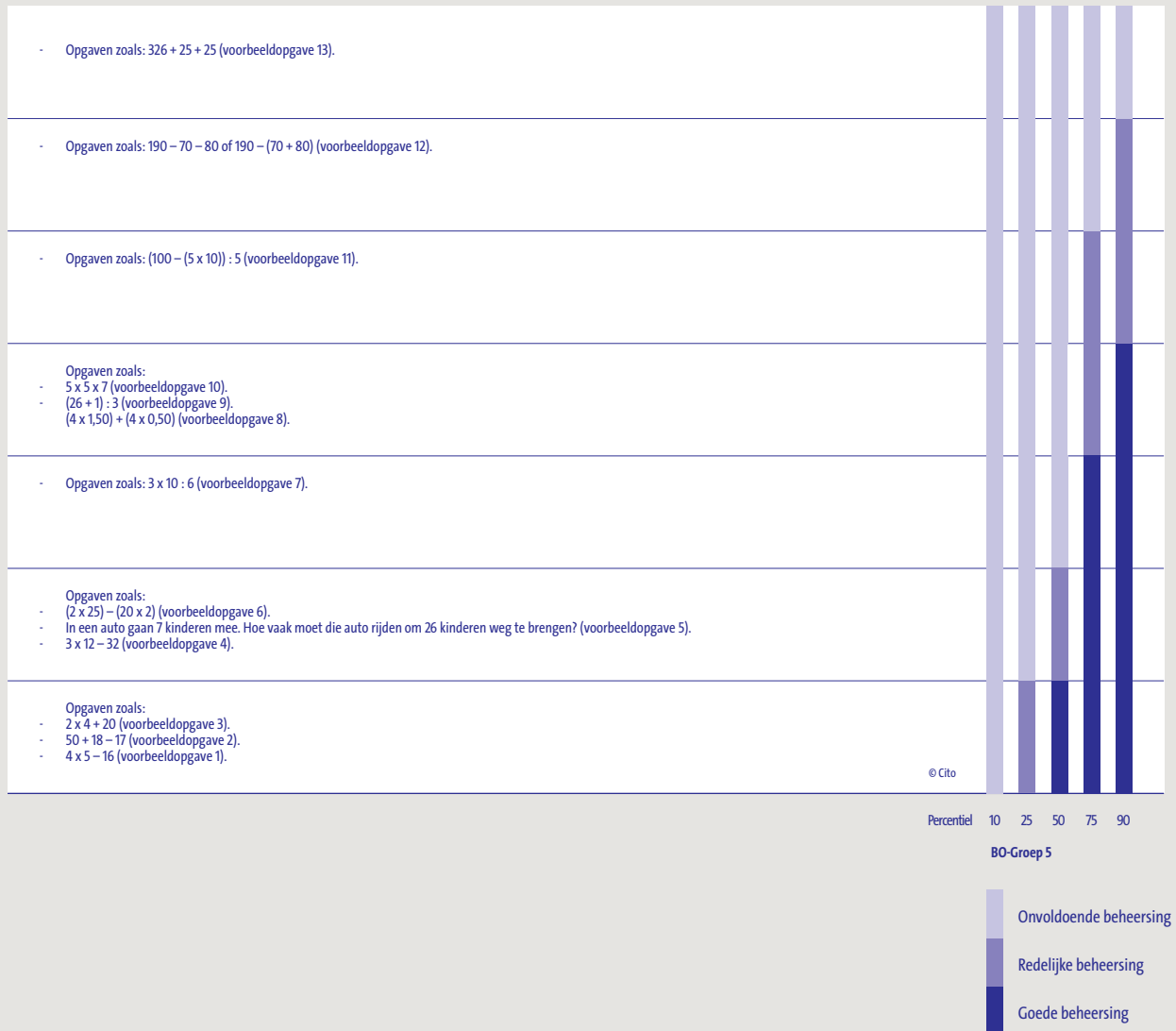


Opgaven





## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: complexere toepassingen





## **Verschillen tussen leerlingen bij Bewerkingen: complexere toepassingen**

### **Verschillen tussen leerlingen met verschillende formatiegewichten**

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met formatiegewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het formatiegewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met formatiegewicht 0.00 is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een formatiegewicht van 0.30 is 231. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een formatiegewicht 1.20 is 213. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 62% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 48%. Van de leerlingen met een formatiegewicht 0.00 haalt ongeveer 52% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een formatiegewicht 0.30 is dat ongeveer 36% en van de leerlingen met een formatiegewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 23%.

### **Verschillen tussen jongens en meisjes**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van de meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 244. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-20 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-68 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 72% de percentiel-25 score en ongeveer 45% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 55% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### **Verschillen tussen 2010 en 2003**

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 244. Er is een klein verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003 ten gunste van 2010.

### **Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 228. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-12 leerling regulier. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-58 leerling regulier. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 53% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 61% de percentiel-25 score en ongeveer 35% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.



# 5 Patronen in oplossingsmethoden voor aftrekken

# 5 Patronen in oplossingsmethoden voor aftrekken

Jean-Marie Kraemer en Michel Hop<sup>1</sup>

## 5.1 Inleiding

Aftrekken is moeilijker dan optellen. Dit komt, internationaal, in alle onderzoeken naar voren, ook in PPON. Na een verbetering van de prestaties tussen de eerste peiling in 1987 en de tweede in 1993, zijn de resultaten bij optellen en aftrekken over de hele periode 1993 – 2003 licht gedaald. In 2010 zijn de resultaten op het onderwerp optellen en aftrekken vergelijkbaar met die van 2003.

De voorbeeldopgaven uit de balansen en het schema van de ontwikkeling van de vaardigheid laten een stabiel patroon in deze resultaten zien:

- Alleen de meest gevorderde leerlingen beheersen de moeilijkste opgaven met tiental-overschrijding, zowel kaal als in context.
- Deze bewerkingen vormen een uitdaging voor leerlingen met een gemiddelde vaardigheid.
- Ondanks de contextgebonden oriëntatie en het gebruik van modelproblemen voor bijvoorbeeld aanvullend optellen, stelt het aftrekken in context waar er sprake is van ‘afhalen’, ‘scheiden’ en ‘vergelijken’ meer leerlingen voor problemen dan verwacht.

Bij de vierde peiling van 2003 (Kraemer e.a., 2005) hebben we geobserveerd hoe leerlingen met een lage, gemiddelde en hoge vaardigheid opgaven die bij hun ontwikkelingsniveau pasten, aanpakten en oplosten. De resultaten van deze analyse van oplossingswijzen zijn in een aparte balans gepubliceerd (Kraemer, 2009a). De oplossingen van de aftrekopgaven zijn hierna opnieuw geanalyseerd (Kraemer, 2011) om, vanuit een bredere vraagstelling, systematischer te kunnen beschrijven hoe de leerlingen denken, symboliseren en rekenen en relaties op te sporen tussen wat ze doen en cruciale aspecten van het aanbod en de didactiek bij rekenen onder de 100 (1000).

Het onderzoek naar oplossingswijzen dat bij de vijfde peiling van 2010 is uitgevoerd bouwt voort op deze studie van oplossingsmethoden onder de honderd. Het gaat uit van de conclusie die we hebben getrokken bij het maken van een sterkte-zwakteanalyse van rijgen, splitsen en beredeneren, zoals toegepast in de oplossingsmethoden van 2003. Deze conclusie luidde als volgt:

---

<sup>1</sup> Met dank aan Bas Hemker voor de constructie van de PPON-schaal Rekenen algemeen

Er is sprake van een scheefgroei tussen enerzijds denken, symboliseren en rekenen met aaneengeregen getallen en anderzijds denken, symboliseren en rekenen met hulpsommen en vooral met positiewaarden.

Drie aspecten maken het contrast tussen rijgend hoofdrekenen aan de ene kant en splitsend en beredenerend hoofdrekenen aan de andere kant herkenbaar:

- Er wordt vaak, inzichtelijk en gevarieerd geregen en met goede resultaten.
- Wanneer leerlingen de getallen anders bewerken dan door middel van rijgen, genereren begripsfouten in alle drie de vaardigheidsgroepen veel meer foutieve antwoorden, in het bijzonder bij splitsend aftrekken of indirect optellen.
- Typerend voor alle drie vaardigheidsgroepen is dat de leerlingen afgaan op (een combinatie van) specifieke kenmerken die geassocieerd zijn met 'klassen opgaven' en daaraan verbonden modelmatige oplossingsprocedures.

Op grond van deze bevindingen hebben we ons bij de voortgezette studie van 2010 de volgende vragen gesteld:

- 1 Wat zijn de specifieke problemen bij het oplossen van de moeilijkste kale aftrekkingen en aftrekproblemen met tientaloverschrijding?
- 2 Doet het er toe of het een kale aftrekking is of een contextopgave? En: speelt de betekenis van aftrekken een rol?
- 3 Wat is de invloed van het vaardigheidsniveau op de aanpak (gevolgde strategie), de bewerkingen (gebruikte methode en vorm van hoofdrekenen) en het succes van de leerlingen?

Alvorens de resultaten te presenteren, beschrijven we eerst kort hoe het onderzoek is opgezet.

## 5.2 Onderzoeksopzet

### Opgaven

Wat een leerling in een opgave *ziet*, beïnvloedt de wijze waarop hij de getallen met elkaar in verband brengt en bewerkt. Met de huidige reken-wiskundemethoden komen leerlingen erachter dat ze de relatie tussen de hoeveelheden c.q. grootheden van een aftrekprobleem op drie verschillen manieren kunnen kwantificeren. Het probleem van Eva en dat van Bas in de figuur hieronder illustreren hoe de context en/of de getallen eerder aftrekken (Eva) of juist eerder indirect optellen (c.q. indirect aftrekken) uitlokken (Bas).

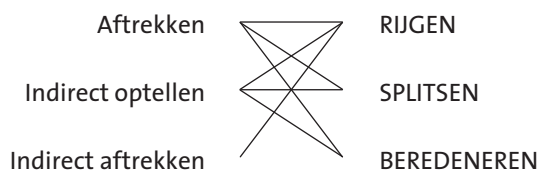
*Drie verschillende beschrijvingen van het probleem van Eva (aftrekken als 'afhalen') en van Bas (aftrekken als 'deel van')*

Contextprobleem 'Afhalen'		Contextprobleem 'Deel van'	
Eva heeft 83 euro gespaard. Ze koopt een bloes van 57 euro. Hoeveel euro houdt ze over?		Bas verzamelt petten. Hij heeft er nu 83. 57 petten zijn in Nederland gekocht. Hoeveel petten zijn in andere landen gekocht?	
• <i>afrekken</i>	$83 - 57 = ..$	• <i>afrekken</i>	$83 - 57 = ..$
• <i>indirect optellen</i>	$57 + .. = 83$	• <i>indirect optellen</i>	$57 + .. = 83$
• <i>indirect aftrekken</i>	$83 - .. = 57$	• <i>indirect aftrekken</i>	$83 - .. = 57$

Door het oplossen van deze typen contexten in de methoden vinden de leerlingen in de eerste fase van het rekenen onder de honderd eerst de drie klassen rijgoplossingsmethoden uit, dat wil zeggen: rijgen in combinatie met (1) aftrekken, (2) indirect optellen en (3) indirect aftrekken. We hebben vastgesteld dat ze daarna ook – uit zichzelf – sommige aftrekproblemen proberen op te lossen door met tientallen en eenheden aan te vullen in plaats van met de rijgmethode, wat in de regel een foutief antwoord oplevert ( $57 + \dots = 83$  via  $50 + 30 = 80$ ;  $7 - 3 = 4$ ;  $30 + 4 = 34$ ). Sommige leerlingen proberen zelfs de stipsom van de opgave te vinden via een optelfeit dat erop lijkt ( $57 + \dots = 83$  via  $53 + 30 = 83$ ).

Dit betekent dat leerlingen telkens één van de drie mogelijke strategieën (aftrekken óf indirect optellen óf indirect aftrekken) met één van de drie geleerde hoofdrekenmethoden combineren (rijgen óf splitsen óf beredeneren/weten). Het volgende schema geeft de combinaties van aftrekstrategieën en hoofdrekenmethoden weer die we tot nog toe hebben geobserveerd.

*Geobserveerde combinaties van aftrekstrategie en hoofdrekenmethode*



Om systematisch te kunnen onderzoeken waar leerlingen zich bij het oplossen van aftrekopgaven door laten leiden, hebben we drie sets van elk vijf opgaven als volgt geconstrueerd:

- Elke opgave heeft 83 als aftrektal (grootste getal).
- In elke set staat 83 in relatie met respectievelijk 18, 36, 44, 57 en 79 als aftrekker.
- Deze vijf getalcombinaties zijn ten slotte in drie typen opgaven geplaatst: vijf kale aftrekkingen, vijf contextproblemen waar aftrekken de betekenis heeft van ‘afhalen’ (de zogenoemde ‘bloezencontexten’ met Eva) en vijf contextproblemen waar aftrekken de betekenis heeft van ‘deel van’ (de zogenoemde ‘pettencontexten’ met Bas).
- De vijftien ontworpen opgaven zijn ten slotte samengesteld in tien sets van elk vier of vijf opgaven om de eventuele invloed van de volgorde te kunnen opvangen.

De contexten en getallencombinaties maken het mogelijk om een breed palet van geheugenfeiten, basisautomatismen, getalrelaties, geheugenfeiten en rekenregels te gebruiken. Hierdoor kan het merendeel van de leerlingen (ook leerlingen uit de laagste vaardigheidsgroep) betekenisvol op eigen niveau hoofdrekenen.

## De drie clusters opgaven

Getallen	Clusters		
	Formuleopgaven 'Eraf'	Contextopgaven 'Afhalen'	Contextopgaven 'Deel van'
83 en 36	opgave 1 $83 - 36 =$	opgave 2 Eva heeft 83 euro gespaard. Ze koopt een bloes van 36 euro. Hoeveel euro houdt ze over?	opgave 3 Bas verzamelt petten. Hij heeft er nu 83. 36 petten zijn in Nederland gekocht. Hoeveel petten zijn in andere landen gekocht?
83 en 44	opgave 4 $83 - 44 =$	opgave 5 Eva heeft 83 euro gespaard. Ze koopt een bloes van 44 euro. Hoeveel euro houdt ze over?	opgave 6 Bas verzamelt petten. Hij heeft er nu 83. 44 petten zijn in Nederland gekocht. Hoeveel petten zijn in andere landen gekocht?
83 en 18	opgave 7 $83 - 18 =$	opgave 8 Eva heeft 83 euro gespaard. Ze koopt een bloes van 18 euro. Hoeveel euro houdt ze over?	opgave 9 Bas verzamelt petten. Hij heeft er nu 83. 18 petten zijn in Nederland gekocht. Hoeveel petten zijn in andere landen gekocht?
83 en 79	opgave 10 $83 - 79 =$	opgave 11 Eva heeft 83 euro gespaard. Ze koopt een bloes van 79 euro. Hoeveel euro houdt ze over?	opgave 12 Bas verzamelt petten. Hij heeft er nu 83. 79 petten zijn in Nederland gekocht. Hoeveel petten zijn in andere landen gekocht?
83 en 57	opgave 13 $83 - 57 =$	opgave 14 Eva heeft 83 euro gespaard. Ze koopt een bloes van 57 euro. Hoeveel euro houdt ze over?	opgave 15 Bas verzamelt petten. Hij heeft er nu 83. 57 petten zijn in Nederland gekocht. Hoeveel petten zijn in andere landen gekocht?

## Leerlingen

Drie groepen leerlingen uit de steekproef van het onderzoek PPON Rekenen-Wiskunde medio 2010 met een lage, gemiddelde en hoge rekenvaardigheid hebben deelgenomen aan dit onderzoek. De groepen zijn in twee stappen samengesteld.

Bij de voorbereiding van de afname heeft de toetsassistent in overleg met de groepsleraar twee leerlingen gekozen met respectievelijk een hoge, gemiddelde en lage rekenvaardigheid.

Ze daarbij uitgegaan van het toegekende niveau bij de vorige toetsafname van de toets uit het leerlingvolgsysteem (hoog = niveau A of I; midden = B en C of II, III of IV; laag = D en E of V).

Op deze manier zijn 603 leerlingen geselecteerd.

We hebben vervolgens op basis van de antwoorden van de leerlingen op de schriftelijke toetsen van de peiling een algemene PPON-schaal geconstrueerd om de leerlingen op basis van hun PPON-vaardigheidsscore te kunnen ordenen.

We hebben ten slotte drie vaardigheidsgroepen samengesteld, uitgaande van de vaardigheidsscore van de percentiel-33 leerling (grens tussen Laag en Midden) en die van de percentiel-66 leerling (grens tussen Midden en Hoog). In totaal zijn 24 leerlingen uit het bestand verwijderd, omdat we hun vaardigheid niet konden kwantificeren en/of omdat ze geen complete set opgaven hadden gemaakt.

## Samenstelling van de drie vaardigheidsgroepen

Vaardigheidsgroep	Leerlingen		Aantal oplossingsprocedures
	Aantal	Vaardigheidsscore	
Laag	218	64 – 227	990
Midden	158	228 – 271	708
Hoog	203	272 – 411	914
Totaal	579		2612

### Afnamecondities

De schriftelijke toetsen zijn in de ochtend afgenomen, na de middagpauze is met een aantal leerlingen individuele gesprekken gevoerd. De opgaven uit deze gesprekken komen ook voor in de schriftelijke afname, zodat de opgaven op een rekenschaal gebracht konden worden. Er is voor gezorgd dat de individuele leerlingen bij de gesprekken andere opgaven gepresenteerd kregen dan bij de schriftelijke afnamen.

### Analyse van de oplossingsprocedures

Alle oplossingen zijn volgens het Cito-classificatiesysteem gecodeerd (Cito, 2011)<sup>2</sup> en in een Access bestand gedigitaliseerd. De onderscheiden niveaus en vormen van rijgen, splitsen en beredeneren zijn in de tabel op bladzijde 120 geïllustreerd met voorbeeldmatige oplossingsprocedures van de drie moeilijkste opgaven die de leerling vanuit  $[83 - 57 = ?]$  of  $[57 + ? = 83]$  kan oplossen.

## 5.3 Resultaten

### 5.3.1 Statistische kenmerken van de opgaven

Alle voorgelegde opgaven maken deel uit van de schaal *Bewerkingen: Optellen en aftrekken*<sup>3</sup>. Ze zijn in de grafiek op bladzijde 119 per getalcombinatie afgebeeld.

We kunnen het volgende uit de grafiek distilleren:

- De opgaven variëren in (1) moeilijkheidsgraad, (2) beheersingsniveau en (3) discriminatievermogen. Dat wil zeggen dat ze meer of minder vaardigheid vereisen om 50% en 80% kans op succes te hebben (respectievelijk het begin- en eindpunt van de staven) en ook meer of minder verschil maken tussen de leerlingen die in dit gebied opereren.
- Deze typen opgaven doen een beroep op de kennis, inzichten en vaardigheden die de leerlingen uit de middengroep (percentiel 33-percentiel 66) halverwege de basisschool aan het verwerven zijn.
- De gehele verzameling is nog te moeilijk voor de groep Laag ( $< p33$ ).
- Met de moeilijkste opgaven kan een leraar verschillen zien tussen een voorloper van de middengroep en een leerling die ruim boven het niveau van de middengroep opereert.
- De 10% meest gevorderde leerlingen beheersen alle opgaventypen van de voorgelegde verzameling.

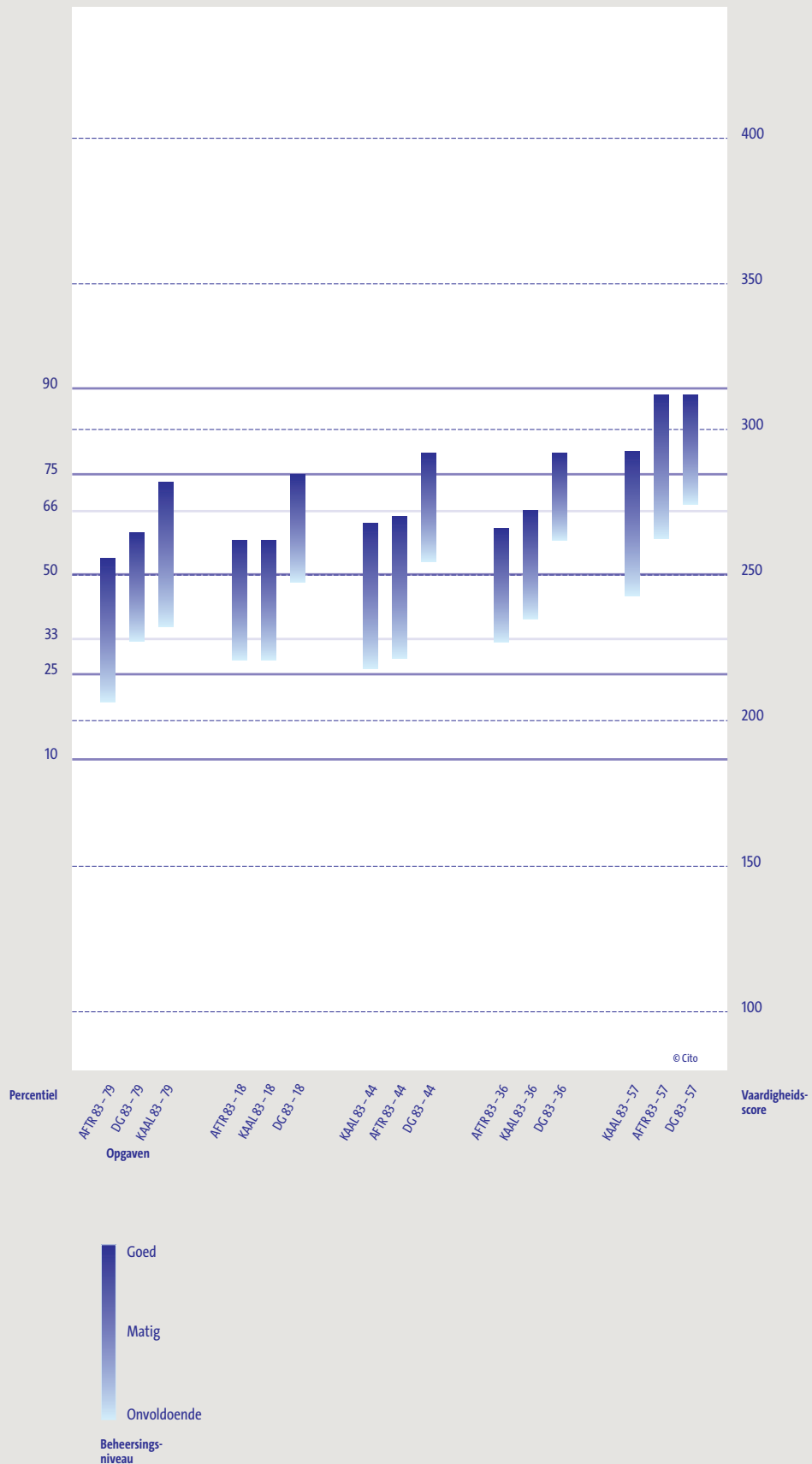
2 Voor meer informatie, raadpleeg het katern *Ontwikkelingsreferenties* van de map *Diagnosticeren en plannen in de bovenbouw* (Cito, 2012). Zie ook Kraemer (2011), hoofdstuk 4.

3 Zie hoofdstuk 4 in deze balans.



## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp

### Bewerkingen: aftrekken onder de 100 met tentaloverschrijding



Niveaus en vormen van rijgen, splitsen en beredeneren bij opgave 13/14/15, uitgaande van  $[83 - 57 = ?]$  en  $[57 + ? = 83]$

N	Rijgen	Splitsen	Beredeneren
8	Gestandaardiseerd AF*: $83 - 50 \rightarrow 33 - 7$ IO*: $57 + 20 \rightarrow 77 + 6$	Met positiecijfers (aftrekalgoritme)	Transformeren $83 - 57$ wordt $86 - 60$ is 26
7	niet van toepassing in het getalgebied tot honderd	Kolomsgewijs 83 <u>57</u> - 30 <u>4</u> - 26	Compenseren $83 - 57 = ?$ via $83 - 60 = 23$ 3 teveel eraf, dus 3 meer over, is 26
6	Met niet-tientallig afgesplitste getallen AF: $83 - 50 \rightarrow 33 - 3 \rightarrow 30 - 4$ IO: $57 + 20 \rightarrow 77 + 3 \rightarrow 80 + 3$	Met positiewaarden AF foutief $80 - 50 \rightarrow 7 - 3 \rightarrow 30 + 4 = 34$ AF Correct met tekort $80 - 50 \rightarrow 3 - 7 \rightarrow 30 - 4$ of een tien vrij maken $80 - 50 = 30 \rightarrow 3 - 7$ wordt $70 - 50 = 20 \rightarrow 13 - 7 = 6 \rightarrow 20 + 6$  IO Foutief $50 + 30 = 80 \rightarrow 7 + 6 = 13 \rightarrow 30 + 6 = 36$ IO Correct $50 + 20 = 70 \rightarrow 7 + 6 = 13 \rightarrow 20 + 6$	
5	Met de 10-sprong AF: 73, 63, 53, 43, 33 $\rightarrow 33 - 3 \rightarrow 30 - 4$ IO: 67, 77 $\rightarrow 77 + 3 \rightarrow 80 + 3$	Mengvorm splitsen-rijgen $80 - 50 \rightarrow 30 + 3 \rightarrow 33 - 7 = 26$	
4	Via het tienvoud AF: $83 - 3 \rightarrow 70, 60, 50, 40, 30$ $\rightarrow 30 - 5 = 25$ IO: $57 + 3 \rightarrow 70, 80 \rightarrow 80 + 3$	niet van toepassing bij tientaloverschrijding	
3	Met telstappen AF: 82, 81, 80, 79, ... IO: 58, 59, 60, 61, ...		

\*AF staat voor aftrekken, IO voor indirect optellen.

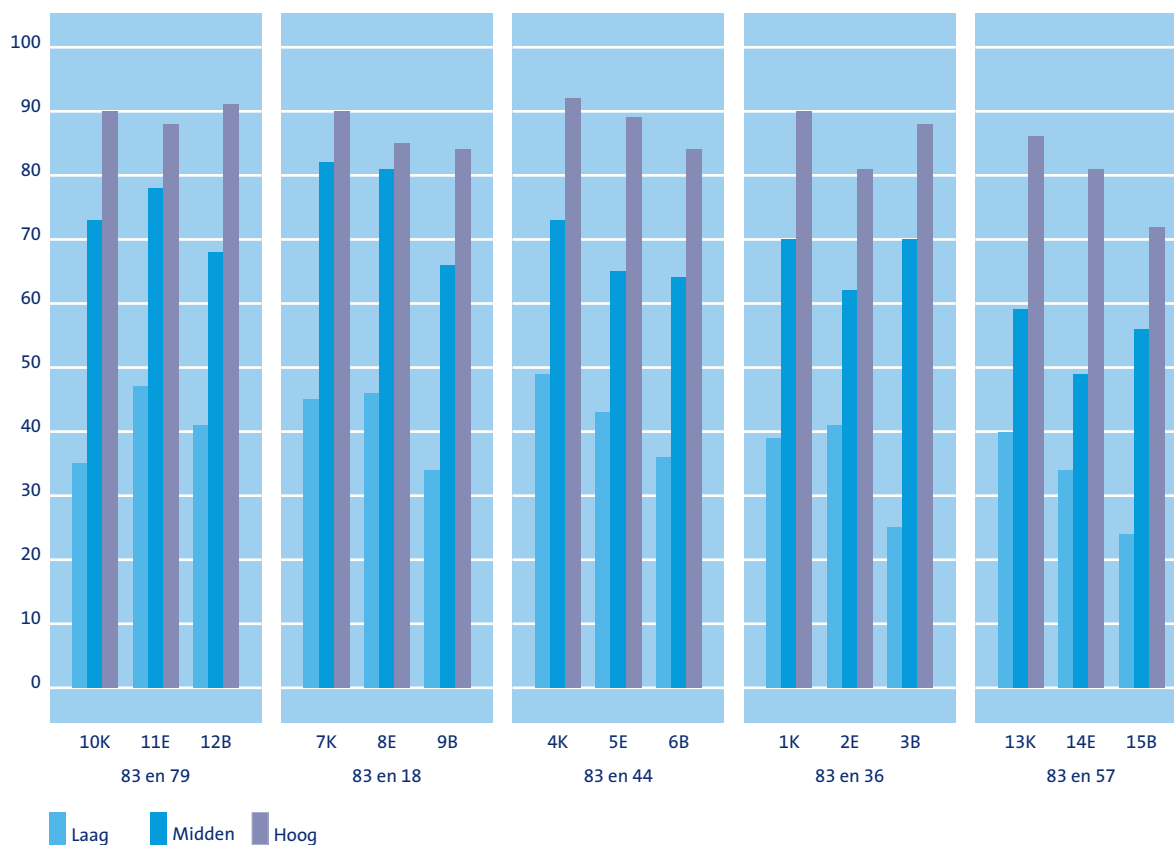
Wat zegt dit over de voortgang van de leerlingen?

De plaats van de opgaven op de vaardigheidsschaal laat zien dat leerlingen die, halverwege de basisschool het niveau van de percentiel 25-leerling hebben bereikt toe zijn aan typen opgaven met de volgende eigenschappen:

- kale aftrekkingen met getallen als 83 en 79 die doen denken aan de ‘sommen’ die in de klas zijn behandeld om de zogenoemde boogmethode van doortellen te leren ( $83 - 79$  via 80, 81, 82, 83, is 4);
- kale aftrekkingen en contextopgaven, waarin aftrekken de betekenis van ‘afhalen’, met getallen als 83 en 18 die via terugspringen met één sprong van tien en over het dichtstbijzijnde tienvoud kunnen worden uitgerekend ( $83 - 18$  van  $83 - 10 = 73 \rightarrow 73 - 8$  via  $73 - 3 = 70$  en  $70 - 5 = 65$ );
- kale aftrekkingen en afhaal-contextopgaven met getallen als 83 en 44 die aansporen om een bekende (inverse) dubbel te gebruiken om met ronde getallen af te trekken in plaats van terug te springen ( $83 - 44$  via  $83 - 40 = 43$ , denkend aan  $83 = 80 + 3$  en  $80 = 40 + 40$  c.q.  $80 - 40 = 40$ ).

De staven van de volgende grafiek visualiseren het patroon in het percentage correcte antwoorden bij de individuele mondelinge afname. Ze geven de volgende aanwijzingen die we in het vervolg van dit hoofdstuk nader zullen bespreken.

Percentage correcte antwoorden bij de individuele afname



(K = Kaal; E = Eva bloezencontexten; B = Bas pettencontexten)

- De staven tonen een directe relatie tussen vaardigheidsniveau (laag, midden en hoog) en de mate van succes (percentage correcte antwoorden). De middengroep presteert telkens beter dan de laagste groep en minder dan de hoogste.
- Er zijn zeer grote verschillen in beheersingsniveau tussen de laagste en de hoogste vaardigheidsgroep (zie het grootste verschil bij de pettenopgave 3B met 83 en 36).
- De getallen én de context beïnvloeden de moeilijkheidsgraad van een opgave. Zo is het pettenprobleem 12B met de getallen 83 en 79 veel gemakkelijker dan hetzelfde probleem met de getallen 83 en 57 (15B), en is de kale aftrekking  $83 - 57$  (13K) gemakkelijker dan de twee contextopgaven (14E en 15B) met dezelfde getallen.
- De variatie in het percentage correcte antwoorden laat ten slotte een interactie zien tussen de opgavenkenmerken (context en getallen) aan de ene kant en de voortgang van de leerling (vaardigheidsniveau) aan de andere kant. Zo zijn de drie opgaven met 83 en 79 (10K, 11E en 12B) voor de meest gevorderde leerlingen ongeveer even moeilijk, terwijl leerlingen uit de groep Laag vaker een foutief antwoord geven bij de kale aftrekking (10K) en die van de middengroep bij de pettenopgave (12B).

### 5.3.2 Uitvoering en symbolisering van de rekenhandelingen

Leerlingen kunnen alle rekenstappen op papier noteren, of alleen aantekeningen maken of puur uit het hoofd rekenen. We hebben de oplossingsmethoden vanuit drie vragen doorgelicht:

- 1 Rekenen de leerlingen met of zonder ondersteuning van aantekeningen?
- 2 Wat schrijven leerlingen op?
- 3 Zijn er aanwijzingen dat het de resultaten beïnvloedt?

Leerlingen uit de hoogste vaardigheidsgroep rekenen het vaakst uit het hoofd (bijna 50%), leerlingen uit de laagste groep het minst (38%). De leerlingen uit de laagste vaardigheidsgroep noteren het vaakst alle rekenstappen (45%).

*Gebruiksfrequentie en gemiddelde relatieve score (percentage) per uitvoeringsvorm*

Vaardigheids- groep	Uit het hoofd		Met aantekeningen		Alle stappen gesymboliseerd		Totaal
	Freq.	Goed	Freq.	Goed	Freq.	Goed	Freq.
Laag	38	37	17	30	45	49	100
Midden	44	64	18	67	38	75	100
Hoog	49	88	12	88	39	83	100

Leerlingen die aantekeningen maken schrijven de ‘som’ op die ze in de opgave zien, het eerste getal van hun bewerking, deelbewerkingen, tussenantwoorden of de eindoperatie.

Leerlingen die alle rekenstappen noteren tekenen sprongen op een getallenlijn, rijgen optellingen of aftrekkingen aan elkaar (incorrecte notatie) of symboliseren in pijlentaal of sommentaal. Rekenhandelingen met tientallen en eenheden worden ‘horizontaal’, in sommentaal genoteerd, of ‘tussen streepjes’ of ‘onder elkaar’.

De gemiddelde score wijst uit dat leerlingen uit de laagste vaardigheidsgroep voordeel kunnen trekken uit ‘alle rekenstappen opschrijven/symboliseren’ en dat het positieve effect ervan afneemt naarmate de leerling meer vertrouwd raakt met rekenen met tientaloverschrijding.

### 5.3.3 Methodegebruik en succes

Leerlingen leren eerst rijgen. Tegen het einde van jaargroep 4 of in de eerste periode van jaargroep 5 wordt de combinatie van rijgen met splitsen aangeboden en daarna het aftrekken met tekort. Tegelijkertijd maken leerlingen kennis met de drie ‘handige’ rekenmanieren van het varierekenen: (1) aanvullend rijgen i.p.v. aftrekken, (2) naar een rond getal springen en compenseren en (3) beide getallen transformeren, dat wil zeggen met evenveel ophogen/verlagen (bij aftrekken) c.q. bij het ene getal zoveel erbij en bij het andere evenveel eraf (bij optellen).

In het Cito classificatiesysteem komt varierekenen niet voor. Het is vervangen door wat we ‘beredeneren’ hebben genoemd. Er zijn twee redenen hiervoor. We beschouwen ten eerste aanvullen als *strategie* (indirect optellen) en niet als *methode*. Aanvullend rijgen valt dan gewoon onder rijgen. In onze visie zijn de twee overige procedures van het varierekenen (naar een rond getal springen en compenseren; beide getallen transformeren) de twee vormen van rekenen met hulpsommen. De leerling leidt de onbekende ‘som’ van de opgave af uit een andere som die niets met de opgave te maken heeft, maar die hij kent ( $83 - 57$  via  $83 - 60$ ) of die gemakkelijker is om uit te rekenen ( $83 - 57$  via  $86 - 60$ ).

#### Hoe vaak worden de geleerde hoofdrekenmethoden gebruikt en met welke resultaten?

De geobserveerde leerlingen gebruiken vooral vormen van rijgen en splitsen. Om de hoofdpatronen te kunnen zien, hebben we alle bewerkingen in vier clusters gesorteerd: 1 = rijgen, 2 = splitsen, 3 = beredeneren en weten en 4 = overige.

De categorie Overige omvat de oplossingen waarin de leerling heeft opgeteld (foutieve schematisering) en bewerkingen met niet-geïdentificeerde rekenhandelingen of waarbij de leerling vastloopt of door de toetsassistent wordt geholpen.

*Gebruiksverdeling (percentage) en gemiddelde percentage correcte antwoorden per methode*

Vaardigheids- groep	Rijgen		Splitsen		Beredeneren-Weten		Overige
	Freq. in %	% goed	Freq. in %	% goed	Freq. in %	% goed	Freq. in %
Laag	32	73	53	25	2	35	12
Midden	51	83	42	54	3	84	4
Hoog	51	94	41	77	6	93	2

Deze analyse legt twee patronen bloot:

- Leerlingen uit de laagste vaardigheidsgroep zijn eerder geneigd met de splitsmethode te rekenen (53%) en leerlingen met een hogere vaardigheid eerder met de rijgmethode (51%).
- Alle drie de vaardigheidsgroepen behalen veel betere resultaten met rijgen (van L = 73% goed tot H = 94% goed) dan met splitsen (van L = 25% goed tot H = 77% goed).

Het contrast tussen de bewerkingen is nu veel groter dan in 2003-2004. Het wordt ongetwijfeld veroorzaakt door de aard van de opgaven. Bij het vorige onderzoek hebben de drie vaardigheids-groepen een eigen set opgaven gemaakt die bij hun niveau paste. Onder die condities splitsen leerlingen uit de middengroep het vaakst. In dit onderzoek, met alleen ‘moeilijke’ opgaven met tentaloverschrijding, zijn het de leerlingen met een lage vaardigheid die eerder splitsen dan rijgen, precies zoals zwakke rekenaars dat vóór de vernieuwing deden (Beishuizen e.a., 1991). Wat het hoofdprobleem bij splitsen is komt later aan de orde.

### 5.3.4 Mate van formalisering van rijgen en splitsen

De tussendoelen (TAL-team, 1999) geven een globaal beeld van de vorderingen bij de formalisering van de rijg- en splitsbehandelingen in de loop van de jaargroepen 4, 5 en 6.

- Aan het einde van jaargroep 4 kan de leerling alle optellingen en aftrekkingen tot honderd vlot en inzichtelijk met sprongen op een lege getallenlijn uitrekenen, zowel kaal als in toepassingsituaties.
- Aan het einde van jaargroep 5 kan hij deze opgaven met de rijg-, splits- of variamethode vlot en inzichtelijk uitrekenen, met of zonder tussannotaties.
- Aan het einde van jaargroep 6 kan hij alle bewerkingen geheel uit het hoofd uitvoeren.

We stellen over de mate van formalisering twee vragen:

- 1 Hoe ver zijn de drie vaardigheidsgroepen gevorderd bij de formalisering van rijgen en splitsen?
- 2 In hoeverre hangt het succes bij aftrekken samen met de mate van formalisering van rijgen en splitsen?

We bekijken eerst de voortgang bij rijgen en daarna bij splitsen.

#### Rijgen

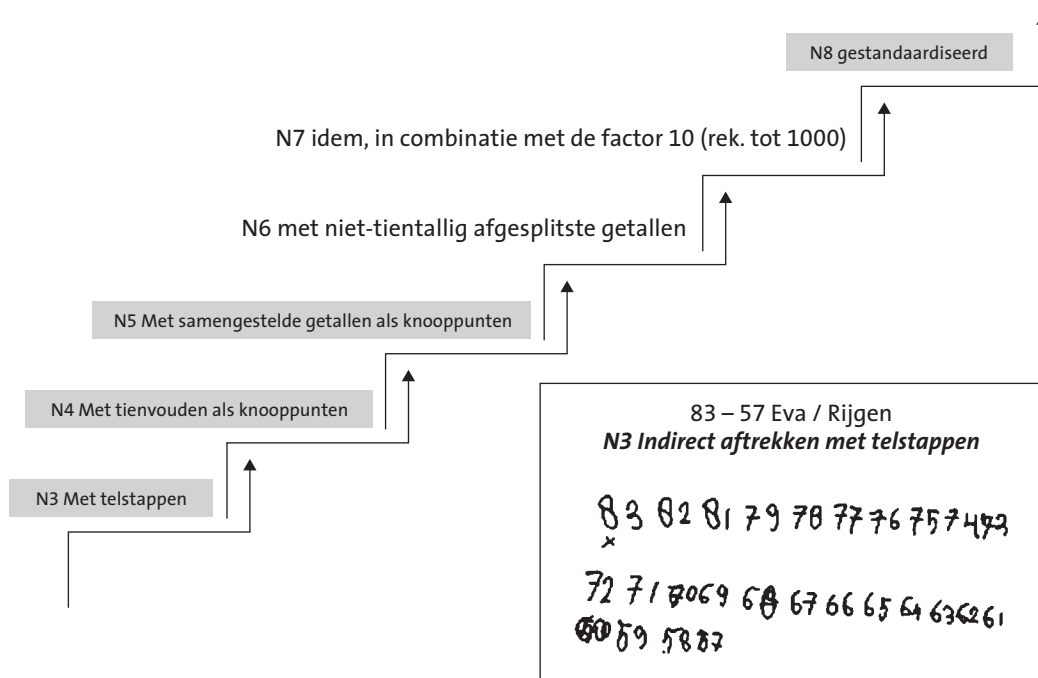
De afbeelding van de trap hierna, met de niveaus en vormen van rijgen, splitsen en redeneren, die de opeenvolgende niveauverhogingen representeert (zie ook de tabel Niveaus en vormen van rijgen, splitsen en beredeneren in paragraaf 5.3.1), laat de vormen van rijgen zien die de leerling achter elkaar moet uitvinden en leren toepassen. *Het verder tellen/terugtellen* (niveau 3) wordt gecompriëerd tot *verder springen/terugspringen* (niveau 4-5), dat op zijn beurt wordt verdicht tot *optellen/aftrekken met niet-tientallig afgesplitste getallen* (niveau 6-7) dat de basis legt voor *opereren met getallen als rekendingen met behulp van rekenregels* (niveau 8).

De drie opgaven met de getallen 83 en 79 sporen aan 'het verschil' tussen 83 en 79 verder tellend (80, 81, 82, 83 → 4) of terugtellend (82, 81, 80, 79 → 4) uit te rekenen. Dit rekenen met telstappen is maar in 2,5% van de oplossingen van de groep Laag toegepast en bij uitzondering in de middengroep, onder andere om het probleem van Eva terugtellend op te lossen (zie de afgebeelde oplossing van  $83 - \dots = 57$ ).

Uitgaande van dit geringe gebruik van telstappen hebben we alle rijgbewerkingen in drie clusters gesorteerd:

- verkort tellen en springen (niveau 3 t/m 5);
- rekenen met niet-tientallig afgesplitste getallen (niveau 6/7);
- gestandaardiseerd rijgen (niveau 8).

Onderscheiden vormen en niveaus van rijgen, vanaf verkort tellen



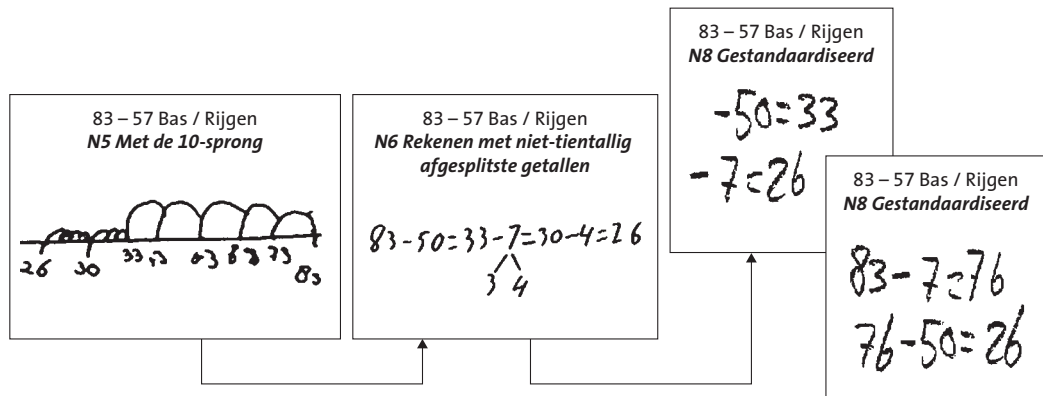
De tabel hierna met de gebruiksfrequentie laat zien dat er in alle drie de vaardigheidsgroepen het vaakst op niveau 6 met niet-tientallig afgesplitste getallen wordt geregen, op de tweede plaats op niveau 3-4-5 met sprongen/telstappen en op de derde plaats op het gestandaardiseerde eindniveau.

Het relatief lage percentage gestandaardiseerde bewerkingen in de groep Hoog valt op (maar 26%) evenals het feit dat de laagste vaardigheidsgroep even vaak op het eindniveau rijgt als de middengroep. Dit suggereert dat de formalisering stopt nadat de leerling niveau 6 heeft bereikt. Twee oorzaken kunnen daaraan ten grondslag liggen. Het is denkbaar dat leerlingen onvoldoende (c.q. niet expliciet) worden gestimuleerd om de sprong naar het eindniveau te maken. Maar het is ook mogelijk dat de activiteiten en didactische aanwijzingen van de methode ontoereikend zijn om de rijghandelingen te helpen standaardiseren zoals beoogd. Dit geldt overigens ook voor de overgang van springen naar rekenen met niet-tientallig afgesplitste getallen. Er wordt in de middengroep en zeker in de hoogste vaardigheidsgroep te vaak met sprongen gerekend, gelet op wat deze leerlingen in principe kunnen leren. De vier geobserveerde oplossingen van het probleem van Bas illustreren de twee opeenvolgende niveauverhogingen die de leerkrachten van jaargroep 5 tijdig moeten voorbereiden en uitlokken (zie de afbeelding Niveauverhogingen bij rijgen, van niveau 5 naar niveau 6/7 naar niveau 8).

Gebruiksfrequentie van de vormen van rijgen en behaald succes op het betreffende niveau van rijgen

Vaardigheids- groep	(Tellen en) springen		Rekenen met niet-tientallig afgesplitste getallen		Gestandaardiseerd	
	Freq. in %	% goede oplossingen	Freq. in %	% goede oplossingen	Freq. in %	% goede oplossingen
Laag	33	73	45	65	22	88
Midden	26	91	55	77	19	88
Hoog	30	95	43	92	26	98

Niveauperhogingen bij rijgen, van niveau 5 naar niveau 6/7 naar niveau 8

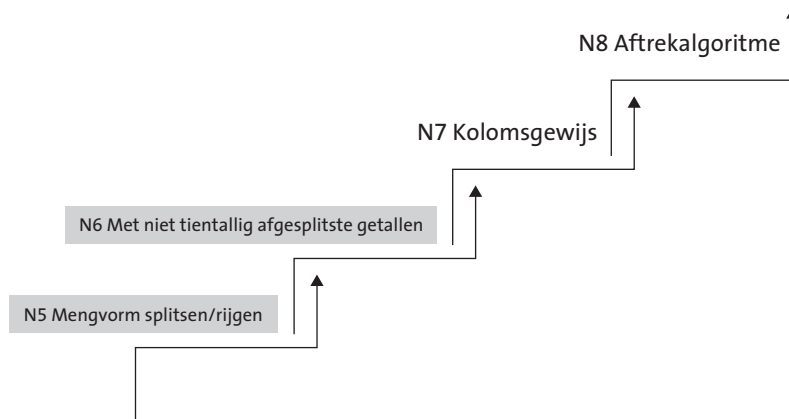


**Splitsen**

De trap die de formalisering van het splitsen visualiseert, sluit direct aan bij de realistische schematisering van de splitsshandelingen. We hebben alle splitsbewerkingen in drie clusters gesorteerd om het patroon in de formalisering van splitsend hoofdrekenen te kunnen zien. Het gaat om:

- aftrekken met de mengvorm splitsen-rijgen (niveau 5);
- aftrekken met tekorten, al dan niet kolomsgewijs, én de foutieve algoritmische procedures (niveau 6-7);
- traditioneel aftrekalgoritme (niveau 8).

Onderscheiden vormen en niveaus van splitsen







### 5.3.5 Oplossingspatronen van individuele leerlingen

De analyses in de voorgaande paragrafen hebben een beeld gegeven van de overeenkomsten en verschillen tussen de drie vaardigheidsgroepen in het gebruik van de geleerde methoden en vormen van hoofdrekenen en de behaalde resultaten. De twee volgende vragen betreffen het oplossingsgedrag van de individuele leerlingen:

- 1 Zijn er leerlingen die steeds dezelfde methode toepassen of die twee methoden afwisselend gebruiken?
- 2 En wat loont het meest?

Op grond van de voorgaande analyses richten we de aandacht op vier groepen leerlingen die we hebben kunnen onderscheiden:

- de ‘rijgers’, d.w.z. leerlingen die in alle 4 c.q. 5 gemaakte opgaven dezelfde vorm of verschillende vormen van rijgen toepassen;
- de ‘splitsers’, d.w.z. leerlingen die steeds dezelfde vorm splitsen toepassen of verschillende splitsmanieren afwisselend gebruiken;
- leerlingen die afwisselend rijgen en splitsen;
- leerlingen die afwisselend rijgen en beredenerend rekenen.

*Percentage leerlingen en proportie goede antwoorden per gebruikte methode(n)*

Gebruikte methoden	Laag		Midden		Hoog	
	percentage leerlingen	proportie goed	percentage leerlingen	proportie goed	percentage leerlingen	proportie goed
1 Steeds rijgen	14	.74	30	.86	29	.95
2 Steeds splitsen	30	.27	23	.51	24	.73
12 Rijgen & splitsen	19	.49	27	.65	20	.90
13 Rijgen & weten/beredeneren	3	.62	3	.86	9	.93
Totaal	66		83		81	

De analysesresultaten bevestigen de tendens in de drie vaardigheidsgroepen en het contrast tussen rijgen en splitsen:

- Er zijn twee keer zoveel rijgers in de groepen Midden en Hoog als in de groep Laag en iets meer splitsers in de groep Laag.
- Bij leerlingen uit de middengroep zien we meer de tendens om splitsen met rijgen af te wisselen.
- Leerlingen die alleen rijgen behalen veel betere resultaten dan leerlingen die alleen splitsen.
- Het afwisselend gebruik van rijgen en splitsen loont niet in vergelijking met alleen rijgen.
- Een zeer kleine groep gevorderde leerlingen (maximaal 9% in de groep Hoog) profiteert van het afwisselen van rijgen met beredeneren en weten.

Hieruit kunnen we twee conclusies trekken:

- 1 Het is evident dat rijgen loont.
- 2 Er zijn echter geen aanwijzingen dat rijgen een 'algemene' basis legt voor leren splitsen, zoals verondersteld in de lokale theorie voor rekenen onder de honderd (TAL-team, 1999; Menne, 2001).

### **5.3.6 Aftrekken en indirect optellen/afrekken in combinatie met rijgen en splitsen**

De wezenlijke verandering bij realistisch hoofdrekenen ten opzichte van het traditionele cijferonderwijs is dat de leerling een aftrekopgave naar eigen inzicht en vaardigheidsniveau kan analyseren, schematiseren en uitrekenen. Dit betekent concreet dat hij telkens één van de drie geleerde methoden (rijgen # splitsen # beredeneren) met één van de drie aangeboden strategieën kan combineren (afrekken # indirect optellen # indirect aftrekken).

In de lesmethoden die gebruikt worden, worden specifieke typen contextproblemen en kale aftrekkingen aan de orde gesteld die model staan voor een cruciale stap in de perfectionering van een vaste manier van rekenen (progressieve schematisering) of juist voor de 'handige' aanpakken en procedures van het 'variarekenen'. Denk daarbij aan de contexten om de 'winkel-methode' van indirect optellen te introduceren, de 'verschilsommen' om de 'boogmethode' aan de orde te stellen en 'geldvraagstukken' die een brug slaan tussen rijgen en splitsen.

We hebben in het onderzoek van 2003-2004 geconstateerd dat leerlingen oplossingsprocedures gebruiken die sterk verbonden zijn met 'soorten' opgaven die ze onderscheiden. We willen dit systematischer onderzoeken, aan de hand van onderstaande vragen (leerlingen maken weinig gebruik van indirect aftrekken. De term 'overbruggen' verwijst naar 'indirect optellen' of 'indirect aftrekken').

Op het niveau van de vaardigheidsgroepen stellen we de volgende vragen:

- 1 Wat is de gebruiksfrequentie van de vier hoofdcombinaties: (1) aftrekken-rijgen (2) aftrekken-splitsen (3) overbruggen-rijgen en (4) overbruggen-splitsen?
- 2 Zijn er aanwijzingen dat de gevolgde strategie wordt beïnvloed door het type opgave en/of het vaardigheidsniveau van de leerling?

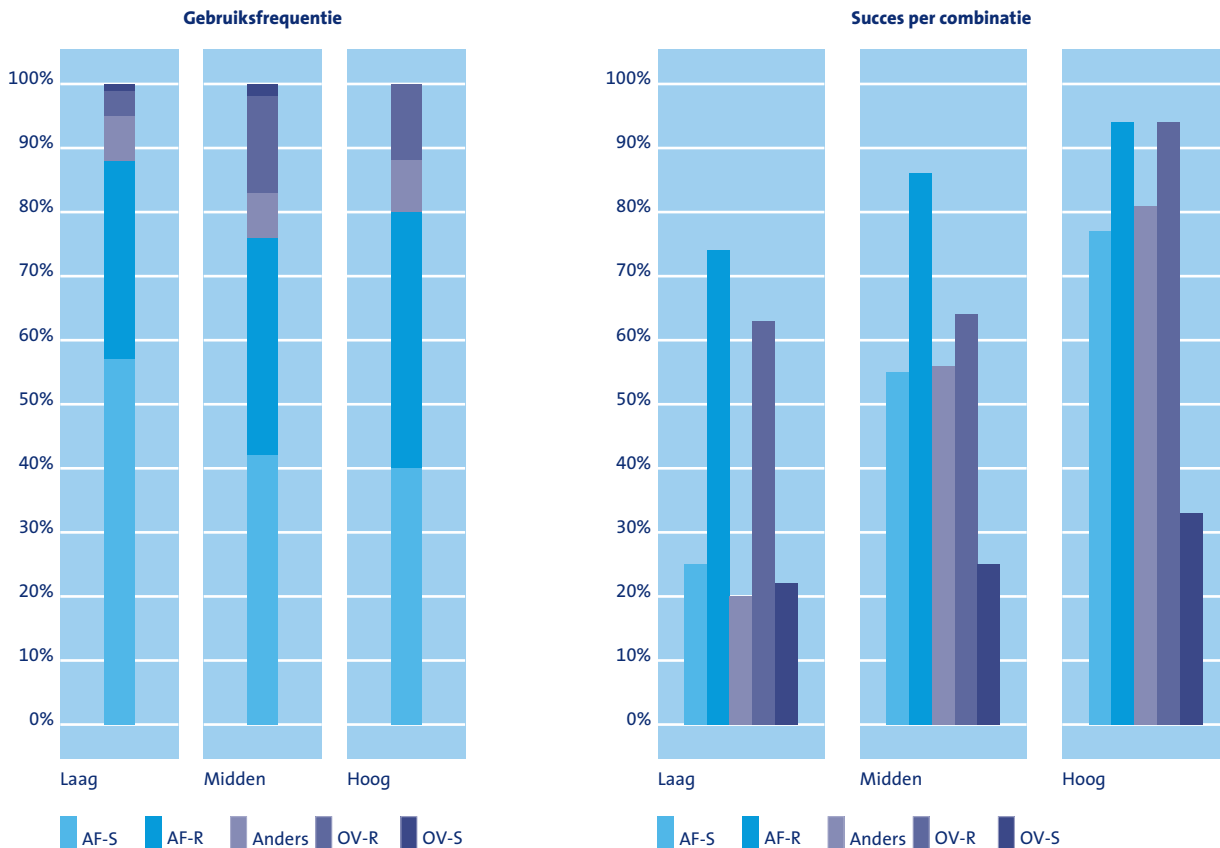
Op het niveau van de opgaven met 83 als aftrektal en respectievelijk 36 en 57 als aftrekker stellen we deze twee vragen:

- 1 Hoe vaak wordt rijgen en splitsen gebruikt in combinatie met aftrekken en indirect optellen?
- 2 Welke eigenschappen van de opgaven spelen daarbij een rol? En: hoe sterk is de invloed van het vaardigheidsniveau van de leerling?

#### **Gebruiksfrequentie van de vier hoofdcombinaties van strategie en methode**

De bewerkingen zijn in vijf categorieën gesorteerd: (1) aftrekken-rijgen (2) aftrekken-splitsen (3) overbruggen-rijgen, (4) overbruggen-splitsen en (5) anders. In de categorie anders vallen alle overige bewerkingen van het type 'beredeneren', 'weten' en 'niet geïdentificeerd'.

## Gebruiksfrequentie van de hoofdcombinatie van strategie en methode en percentage goede antwoorden per combinatie



Er tekent zich een tweedeling af in de onderzoeksgroep wat betreft de gebruikte combinatie van aftrekstrategie en hoofdrekenmethode. Leerlingen uit de laagste vaardigheidsgroep zijn meer geneigd om aftrekken met splitsen dan met rijgen te combineren (57% tegen 31%) terwijl de twee overige groepen beide combinaties ongeveer even vaak gebruiken ( $M = \pm 43\%$ ;  $H = 40\%$ ). De minst vaardige leerlingen maken ook minder vaak gebruik van indirect optellen c.q. indirect aftrekken (overbruggen).

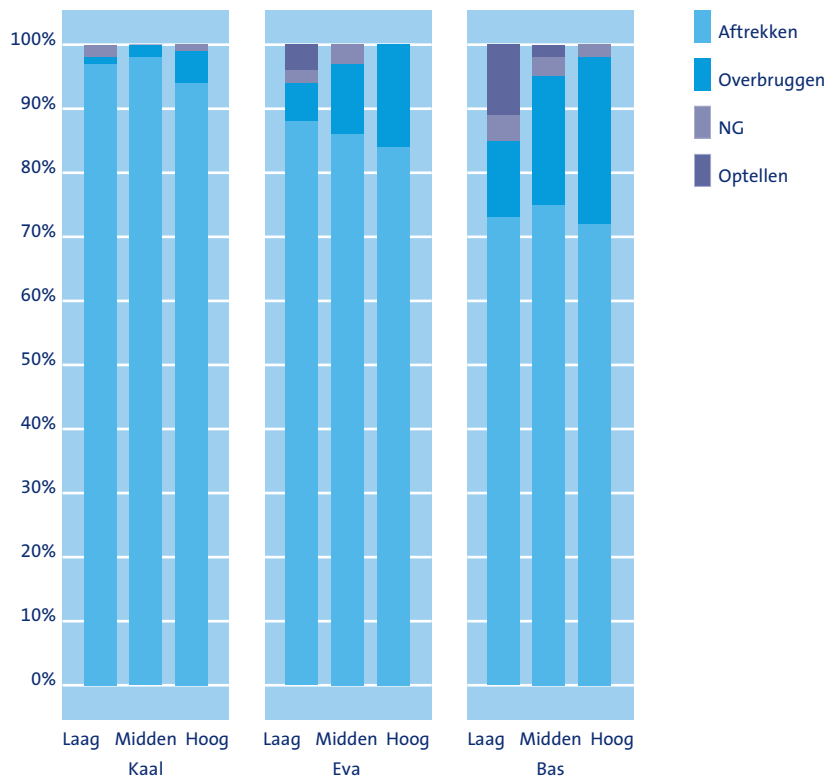
Het succes per combinatie weerspiegelt de verschillen in vaardigheidsniveau. De combinatie van aftrekken met splitsen genereert in alle drie de vaardigheidsgroepen meer foutieve antwoorden dan de combinatie aftrekken-rijgen. Het contrast is het grootst in de groep Laag.

### Invloed van de opgavenkenmerken en het vaardigheidsniveau

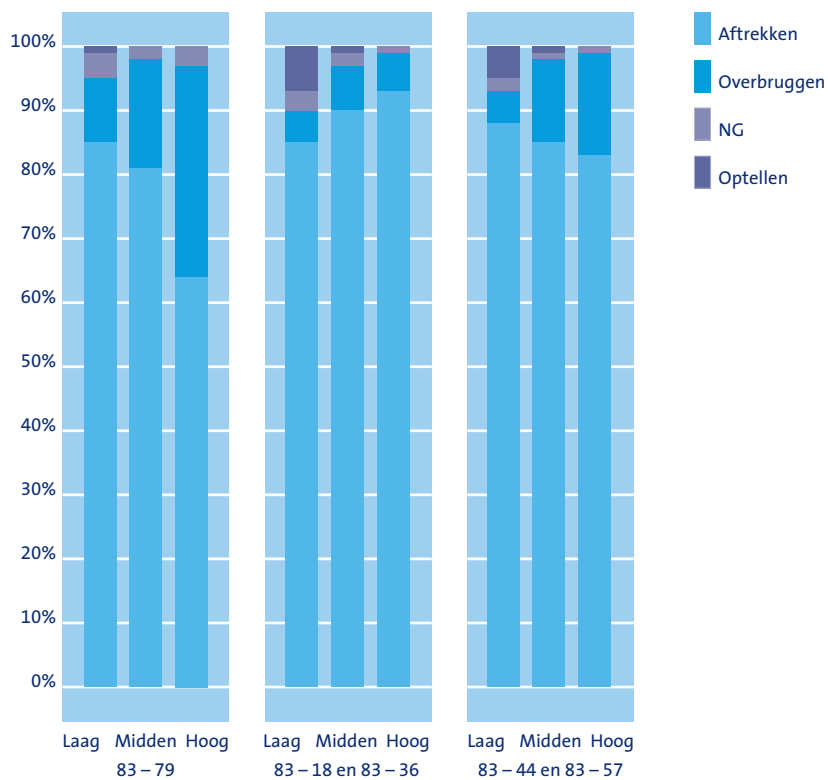
Om de invloed van opgaven te kunnen opsporen, hebben we alle oplossingen op twee manieren gesorteerd:

- per aftrekstrategie (aftrekken # overbruggen) en klasse opgave (kaal # bloezenopgaven # pettenopgaven);
- per strategie (aftrekken # overbruggen) en orde van grootte van het verschil tussen het aftrektaal en de aftrekker (verschil kleiner of groter dan de helft van 83).

Gebruiksfrequentie van de strategieën per klasse aftrekopgave



Gebruiksfrequentie van de strategieën per orde van grootte van het verschil



Het overheersende patroon is de sterke neiging in alle drie de vaardigheidsgroepen om een aftrekking in de opgave te 'zien' en die met aftrekhandelingen op te lossen. In een klein aantal gevallen bij de contextopgaven in de groepen Laag en Midden voert een leerling een verkeerde bewerking uit en wordt opgeteld in plaats van afgetrokken.

De variatie in frequentie per soort opgaven en per orde van grootte van het verschil weerspiegelt zowel de invloed die uitgaat van de context en de getallen van opgaven als die van het vaardigheidsniveau van de leerling. Zo zien we dat:

- alle drie de vaardigheidsgroepen vaker aftrekken bij kale aftrekkingen dan bij de contextopgaven, bijvoorbeeld 97% tegen 88% en 73% in de groep Laag;
- leerlingen uit de hoogste vaardigheidsgroepen vaker overbruggen (indirect optellen c.q. aftrekken) dan de minder vaardige leerlingen en vooral dan de leerlingen uit de groep Laag; bijvoorbeeld 16% tegen 6% bij de bloezenproblemen die aansporen om af te trekken;
- de groep Hoog het verschil tussen beide getallen vooral overbruggend uitrekent bij de opgaven met een klein tot zeer klein verschil (83 – 44 en 83 – 57; 83 – 79) en dat deze leerlingen deze rekenweg ook vaker volgen bij rekenen in context (16% bij de bloezenproblemen en 26% bij de pettenproblemen) dan bij het herleiden van kale aftrekkingen (5%);
- de minst vaardige leerlingen zich het vaakst vergissen bij de interpretatie en schematisering van contextopgaven en dat het vaakst doen in de pettencontexten, zoals verwacht.

Bij deze interpretatie van de contextopgaven moeten we de volgende kanttekening maken. We weten uit de onderzoeksliteratuur en onze studie van 2003-2004 dat contextproblemen die aansporen om het onbekende aantal objecten van één van de deelverzamelingen van een geheel uit te rekenen via 'vol maken' vanaf het aantal van de tweede deelverzameling lastig zijn, omdat de aanvulhandelingen zo sterk lijken op 'gewoon' optellen. We verwachtten vanuit deze kennis meer aanvuloplossingen en ook meer foutieve antwoorden bij de pettenopgaven dan bij de bloezenopgaven en dat hebben we ook zo vastgesteld.

Echter, pas bij de codering van de oplossingsprocedures realiseerden we ons dat we de pettenopgaven (onbedoeld) extra moeilijk hadden gemaakt door in de stam niet expliciet aan te geven dat Bas twee verzamelingen petten heeft. Leerlingen moesten deze cruciale informatie uit de vraag distilleren. Het ligt voor de hand om aan te nemen dat dit de voornaamste oorzaak is van de foutieve interpretatie van de context.

Leerlingen uit de groep Laag tellen echter ook op in 8% van de oplossingen van de bloezenprobleem die aansporen om 83-18 en 83 – 36 uit te rekenen. Dit suggereert dat de getallen ook een voorlopig onverklaarbare rol spelen.

De patronen in de prestaties (zie tabel Succes per strategie en klasse aftrekopgave) weerspiegelen de verschillen in vaardigheidsniveau. Ze bevestigen tevens de verwachte variatie in moeilijkheidsgraad afhankelijk van wat de leerling in de context en/of de getallen van de opgaven 'ziet' en ermee doet.

*Succes (in % correcte antwoorden) per strategie en klasse aftrekopgave*

Strategie	Kaal ('eraf')			Eva ('afhalen')			Bas ('deel-geheel')		
	Laag	Midden	Hoog	Laag	Midden	Hoog	Laag	Midden	Hoog
aftrekken	42	72	89	43	70	83	36	69	81
overbruggen	N.R.*	N.R.	100	60	62	92	47	62	92

\* N.R. = Niet Relevant

De resultaten laten een dubbele tweedeling zien.

- Er tekent zich bij aftrekken een tweedeling af tussen de groep Laag (minder dan 50% goed) en de twee overige groepen ( $M = \pm 70\%$ ;  $H = \pm 82\%$  goed) die de invloed van het verschil in gebruik van de splitsmethode signaleert.
- Dit speelt ook bij indirect optellen c.q. aftrekken, waar juist een verschil zich aftekent tussen de leerlingen uit de hoogste vaardigheidsgroepen die vooral met de rijgmethode indirect optellen en de twee overige groepen leerlingen waarin menig leerling met de splitsmethode aanvult, wat veel moeilijker is, zoals we in het vervolg zullen zien.

We zoomen ten slotte in op de opgaven met 83 als aftrektal en respectievelijk 36 en 57 als aftrekker om een scherper beeld te krijgen van de invloed van de context en de getallen aan de ene kant en het vaardigheidsniveau aan de andere kant.

### **Gebruiksfrequentie van de vier hoofdcombinaties bij de opgaven met 83 aftrektal en 36 en 57 als aftrekker**

De sortering van de bewerkingen met de combinaties (1) aftrekken-rijgen (2) aftrekken-splitsen (3) overbruggen-rijgen en (4) overbruggen-splitsen laten vier patronen zien (zie grafieken):

- Leerlingen uit de laagste vaardigheidsgroep onderscheiden zich op twee aspecten van hun vaardigere groepsgenoten. Ze gebruiken veel vaker aftrekken in combinatie met splitsen en minder vaak aftrekken in combinatie met rijgen. Ze zijn daarnaast minder geneigd om indirect op te tellen (= overbruggen).
- Leerlingen die indirect optellen/aftrekken (overbruggen) doen dat vooral in context. Het zijn vooral leerlingen uit de middengroep en de hoogste vaardigheidsgroep die dat doen.
- De combinatie van 83 met 57 lokt indirect optellen/aftrekken (overbruggen) vaker uit dan de combinatie van 83 met 36. Het ligt voor de hand om aan te nemen dat de onderlinge afstand tussen de getallen een rol speelt ( $57 + 26 = 83$  versus  $36 + 47 = 83$ ).
- Het feit dat zelfs leerlingen uit de laagste vaardigheidsgroep bij de Bas-opgaven indirect optellen (overbruggen) maakt aannemelijk dat ook de betekenis van aftrekken een rol speelt. De deel-geheel relatie van deze pettenproblemen spoort aan om indirect op te tellen, terwijl de 'afhaal'-betekenis van aftrekken in de bloezenproblemen sterk suggereert om af te trekken. Onze gegevens laten ten eerste zien dat de getallen deze sterke invloed van de context versterken of juist verzwakken en ten tweede dat de meest gevorderde leerlingen zich onderscheiden van hun groepsgenoten door vaker de context van de opgave te negeren en, al doende, meer rekening te houden met de mogelijkheden die de getallen bieden.
- Sommige leerlingen vullen ten slotte ook aan met de tientallen en eenheden, terwijl ze (nog) niet beschikken over de rekenkennis en -vaardigheden die nodig zijn om deze complexe bewerkingen inzichtelijk en vlot uit voeren (zie de twee afgebeelde correcte en foutieve splitsoplossingen). De associatie van de opgaven met de 'modelopgaven' die tijdens de hoofdrekenlessen worden gebruikt om 'handig' met de zogeheten winkelmethode c.q. boogmethode te rekenen, werkt in die zin in het nadeel van de leerlingen die zich in situaties met tentaloverschrijding (nog) niet (kunnen) realiseren dat ze moeten anticiperen op het tiental dat ze 'maken' bij het aanvullen van de eenheden. We komen hierop terug bij de presentatie van de meest voorkomende fouten.

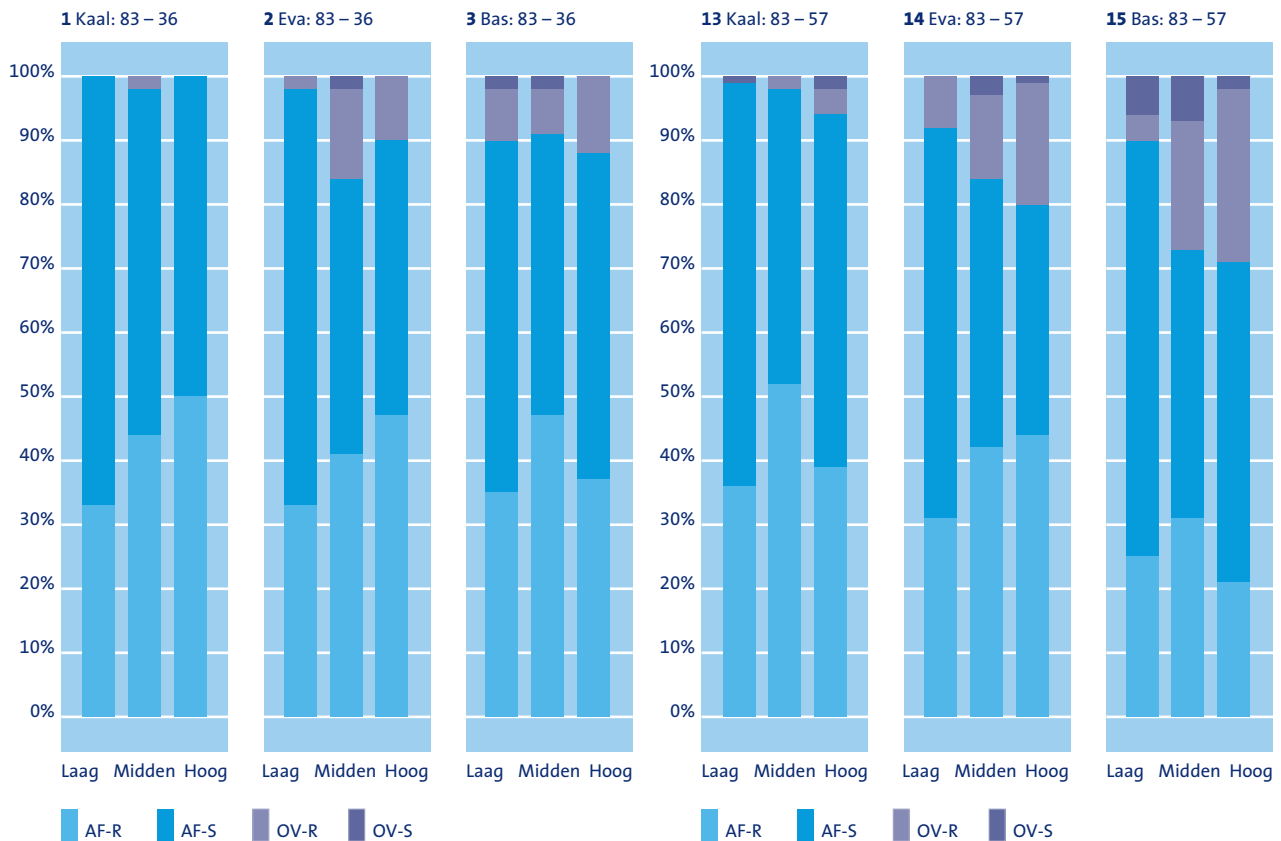
36 + .. = 83  
*Correcte procedure*  
 30 + 50 = 80 dan wordt het 30 + 40 = 70  
 6 + .. = 13, dat is 7  
 40 + 7 = 47

*Foutieve procedure*  
 30 + 50 = 80  
 6 + 4 + 3, anders is het geen 83  
 50 + 7 = 57

57 + .. = 83  
*Correcte procedure*  
 50 + 20 = 70  
 7 + 6 = 13  
 20 + 6 = 26

*Foutieve procedure*  
 30 + 50 = 80  
 7 + 3 + 3, anders is het geen 83  
 30 + 6 = 36

**Gebruiksfrequentie van de combinatie van aftrekken (AF) en overbruggen (OV) rijgen (R) en splitsen (S)**



**Conclusie**

We kunnen drie hoofdconclusies trekken uit de analyseresultaten.

- 1 Het is evident dat het succes bij aftrekken onder de honderd primair wordt bepaald door de algemene rekenvaardigheid van de leerling.
- 2 Er zijn sterke aanwijzingen dat de meest gevorderde leerlingen zich in twee opzichten onderscheiden van hun minder vaardige groepsgenoten, en vooral van de leerlingen uit de groep Laag. Ze maken vaker gebruik van rijgen in combinatie met aftrekken én indirect optellen en beheersen alle gebruikte vormen van rijgen erg goed. De omgekeerde neiging typeert minder vaardige leerlingen, en vooral leerlingen uit de groep Laag. Ze trekken vaker splitsend dan rijgend af, terwijl menig leerling (nog) de voorwaarden mist om op deze manier te rekenen. Bovendien proberen sommige leerlingen ook om splitsend aan te vullen, wat voorlopig veel te complex is voor deze leerlingen.
- 3 Alle drie de vaardigheidsgroepen maken ten slotte weinig gebruik van aanvullend optellen als de getallen zich daarvoor lenen, zelfs in contexten die aansporen om iets aan te vullen.



### 5.3.7 Meest voorkomende fouten

We maken onderscheid tussen (a) begripsfouten, (b) rekenfouten en (c) uitvoeringsfouten.

- Bij begripsfouten rekent de leerling zonder inzicht in de opeenvolgende handelingen. Ingeslepen foutieve algoritmische procedures vallen ook onder deze categorie.
- Rekenfouten zijn foutieve optel- of aftrekhandelingen als gevolg van een ontoereikende automatisering en/of memorisering.
- Bij uitvoeringsfouten verliest de leerling de controle op wat hij doet. Hij verwisselt dan getallen, slaat getallen over, raakt in de war, etc.

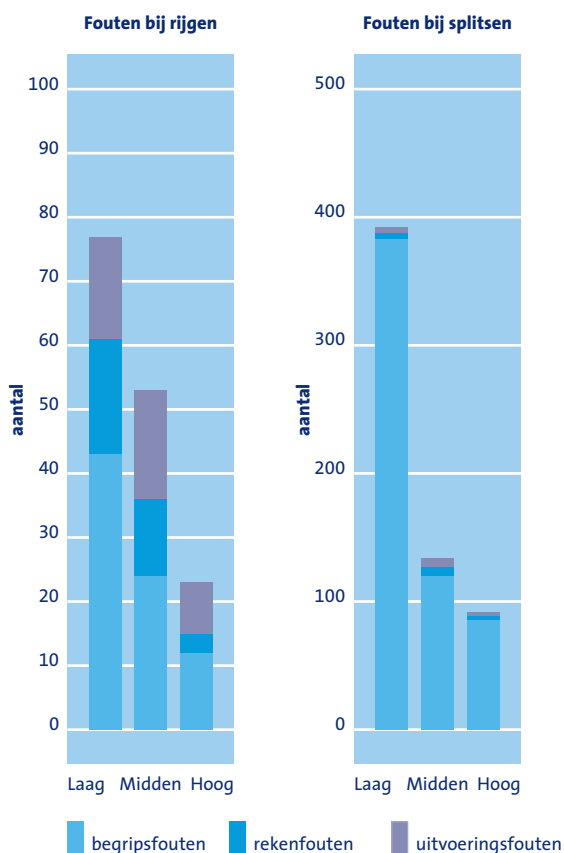
We beperken ons hier tot drie kernvragen:

- Hoe vaak worden de drie typen fouten gemaakt?
- Wat is het foutenpatroon bij de combinatie van aftrekken en overbruggen (indirect optellen/ aftrekken) met respectievelijk rijgen en splitsen?
- Wat zijn de meest voorkomende begripsfouten?

De analysesresultaten laten de volgende patronen zien:

- In alle drie de vaardigheidsgroepen is een gebrekkig begrip van de rekenhandeling de bron van de meeste foutieve antwoorden, zowel bij rijgen als bij splitsen.
- De meeste fouten van de groep Laag komen voort uit splitsen zonder inzicht. Dit is ook de oorzaak van ruim twee derde van de foutieve antwoorden die de middengroep geeft.
- De twee laagste vaardigheidsgroepen maken de meeste rekenfouten en uitvoeringsfouten.

*Geobserveerde fouten (in aantallen)*

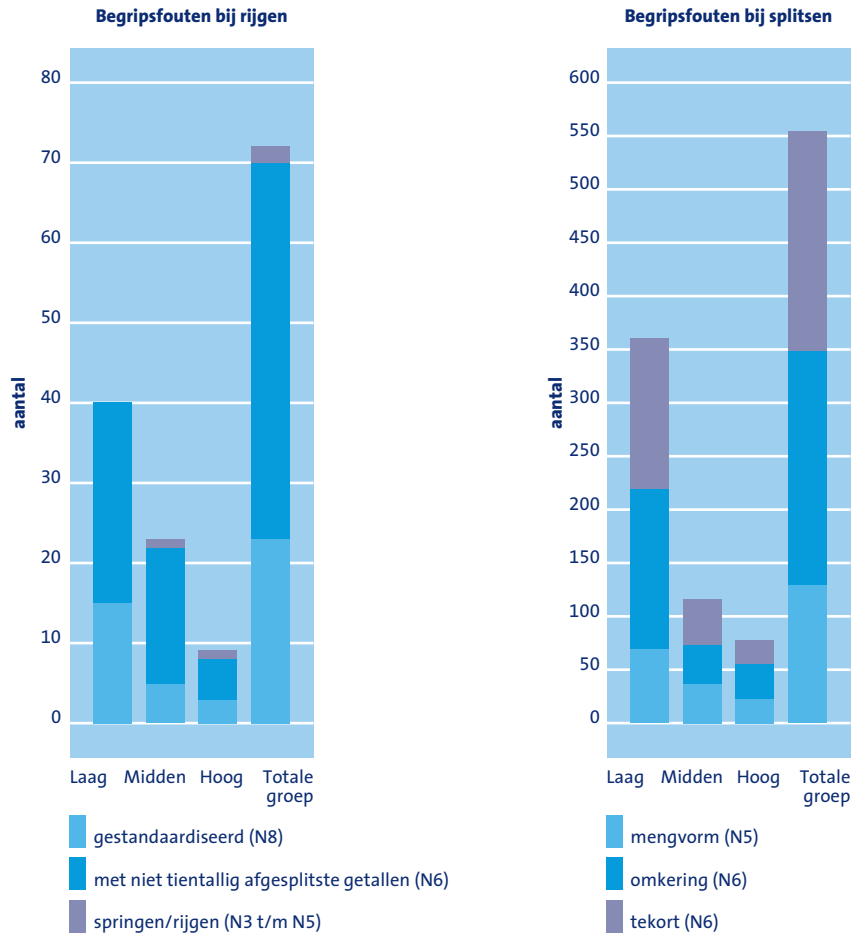


## Begripsfouten

De sortering van de begripsfouten laat zien dat rijgen met niet-tientallig afgesplitste getallen (niveau 6) in alle drie de vaardigheidsgroepen de meeste begripsfouten geeft.

Het meest opvallende bij splitsen is de zeer hoge frequentie van het foutieve aftrekalgoritme in de groep Laag van het type  $83 - 36 = 53$  via  $80 - 30 = 50$ ,  $3 - 6$  wordt  $6 - 3 = 3$  en  $50 + 3 = 53$  (zie tabel).

### Frequentie van begripsfouten

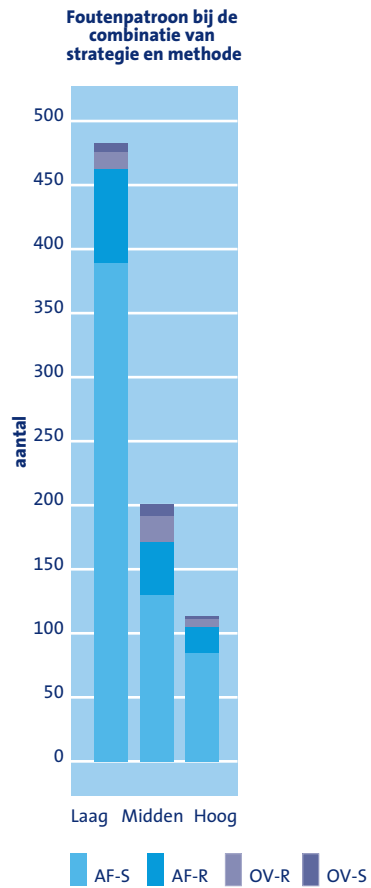


*Frequentie van foutieve algoritmische aftrekhandelingen met tientallen en eenheden*

Foutieve uitkomsten	Klasse	Aantal oplossingen	Totaal
$83 - 36 = 53$	Kaal	20	15% (80 van de 529)
	Eva	29	
	Bas	31	
$83 - 44 = 41$	Kaal	23	16% (84 van de 516)
	Eva	31	
	Bas	30	
$83 - 18 = 75$	Kaal	26	13% (70 van de 524)
	Eva	22	
	Bas	22	
$83 - 79 = 16$	Kaal	23	14% (73 van de 512)
	Eva	25	
	Bas	25	
$83 - 57 = 34$	Kaal	27	15% (81 van de 531)
	Eva	22	
	Bas	32	

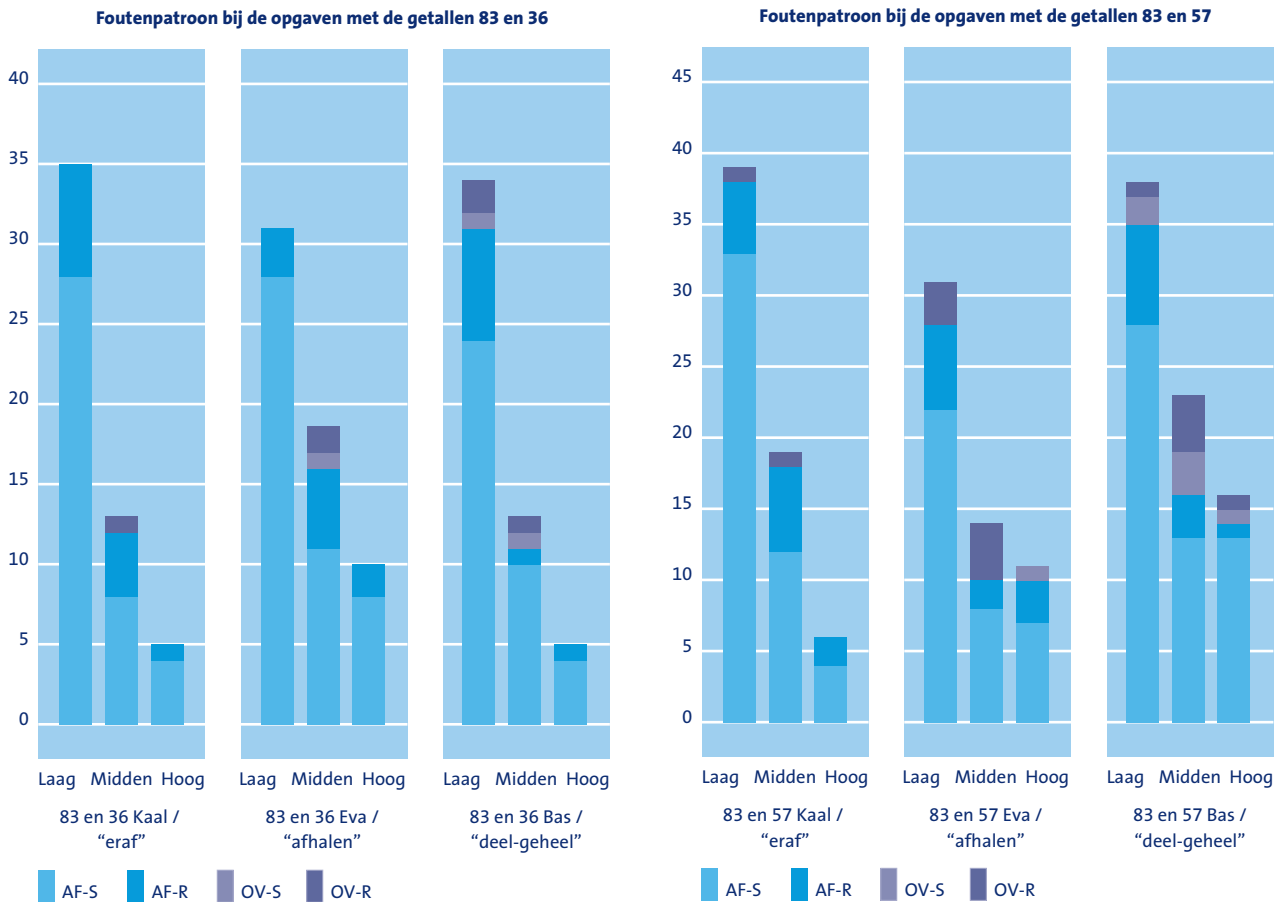
**Foutenpatroon bij de combinatie van aftrekken en overbruggen met rijgen en splitsen**

De foutenpatronen weerspiegelen de verschillen in het begrip van geleerde manieren van rijgen en splitsen en de neiging om aftrekken eerder met rijgen of eerder met splitsen te combineren. De combinatie van aftrekken en splitsen genereert de meeste foutieve antwoorden. Dit verklaart grotendeels de zeer grote verschillen in succes tussen de laagste en de hoogste vaardigheidsgroep bij het oplossen van de voorgelegde klassen aftrekopgaven onder de honderd en tevens ook de grote voorsprong van de hoogste groep ten opzichte van de middengroep.



De patronen bij de opgaven met 83 als aftrektal en 36 en 57 als aftrekker geven een idee van de invloed van de context en de getallen op de foutieve bewerkingen c.q. antwoorden.

Frequentieverdeling van de gemaakte fouten bij de combinatie van aftrekken (AF) en overbruggen (OV) met respectievelijk rijgen (R) en splitsen (S)



**Soorten begripsfouten**

Ter afsluiting laten we de meest voorkomende rijg- en splitsfouten de revue passeren. De meeste geïdentificeerde fouten komen sterk overeen met die van de studie van 2003-2004. Er zijn twee oorzaken voor de verschillen in de frequentie ervan. De opgaven zijn ten eerste te moeilijk voor menig leerling uit de groepen Laag en Midden en de minst vaardige leerlingen gebruiken ook veel meer de splitsmethode.

*Rijgen*

In de meeste gevallen mist de leerling het inzicht in het netwerk van aftrekrelaties die hij probeert te gebruiken om de juiste getallen aan elkaar te knopen. Het betreft het rijgen met getalpatronen van het type 83, 73, 63, etc., of 44, 54, 64, etc. en aftrekken c.q. indirect optellen op niveau 6, waarbij het rekenen met tienvouden wordt gecombineerd met toevoegen c.q. optellen c.q. aftrekken via het dichtstbijzijnde tienvoud:

$$83 - 57 \text{ via } 83 - 50 = 33 \rightarrow 33 - 7 \text{ via } 33 - 3 = 30 \rightarrow 30 - 4 = 26$$

$$57 + .. = 83 \text{ via } 57 + 20 = 77 \rightarrow 77 + 3 = 80 \rightarrow 80 + 3 = 83 \rightarrow 20 + 6 = 26$$

Uiteenlopende fouten worden gemaakt. Sommige leerlingen denken bijvoorbeeld de eenheden weg en vergeten die weer toe te voegen:

$$83 - 57$$

$$\text{via } 70, 60, 50, 40, 30 \rightarrow 30 - 7 = 23 \text{ of}$$

$$\text{via } 80 - 50 = 30 \rightarrow 30 - 7 = 23$$

Anderen moeten zich zo inspannen om de relaties te reconstrueren dat ze bij indirect optellen het bereikte getal als antwoord geven:

$$36 + ? = 83 \text{ via } 46, 56, 66, 76, 80 \rightarrow 83, \text{ het antwoord.}$$

### *Splitsen*

De meeste foutieve antwoorden komen uit twee typen foutieve aftrekbewerkingen voort en uit foutieve vormen van aanvullen met tientallen (c.q. tienvouden) en eenheden.

De bekende 'omkering van de eenheden' genereert in alle drie de vaardigheidsgroepen de meest foutieve antwoorden:

$$83 - 18 \text{ via } 80 - 10 = 70 \rightarrow 8 - 3 = 5 \rightarrow 70 + 5 = 75$$

$$83 - 36 \text{ via } 80 - 30 = 50 \rightarrow 6 - 3 = 3 \rightarrow 50 + 3 = 53$$

$$83 - 44 \text{ via } 80 - 40 = 40 \rightarrow 4 - 3 = 1 \rightarrow 40 + 1 = 41$$

$$83 - 57 \text{ via } 80 - 50 = 30 \rightarrow 7 - 3 = 4 \rightarrow 30 + 4 = 34$$

$$83 - 79 \text{ via } 80 - 70 = 10 \rightarrow 9 - 3 = 6 \rightarrow 10 + 6 = 16$$

Menig leerling past de mengvorm splitsen-rijgen toe, zonder te begrijpen hoe het werkt.

Drie foutieve handelingspatronen worden toegepast:

- De leerling hergroepeert niet na het aftrekken van de tientallen:

$$83 - 57 \text{ via } 80 - 50 = 30 \rightarrow 30 - 7 = 23$$

- De leerling trekt de eenheden van beide getallen af:

$$83 - 57 \text{ via } 80 - 50 = 30 \rightarrow 30 - 7 = 23 \rightarrow 23 - 3 = 20$$

- De leerling trekt de eenheden van het aftrektal af en telt die van de aftrekker op:

$$83 - 57 \text{ via } 80 - 50 = 30 \rightarrow 30 - 3 = 27 \rightarrow 27 + 7 = 34$$

Het probleem bij indirect optellen is hierboven met  $83 - 36$  en  $83 - 57$  geïllustreerd.

Dit probleem is in het laatste decennium van de vorige eeuw door Van Mulken (1992)

gesignaleerd en hierna in verschillende studies en experimenten geobserveerd bij het oplossen van opgaven die aansporen om indirect op te tellen.

## 5.4 Aandachtspunten

Het geheel overziende hebben we drie bronnen van problemen geïdentificeerd bij aftrekken met tientaloverschrijding:

- een ontoereikende oriëntatie in rekenen met positiewaarden, waardoor te veel leerlingen splitsend proberen af te trekken en zelfs aan te vullen, zonder te begrijpen hoe het werkt;
- de trage formalisering van het rijgen en tevens gebrekkige beheersing in de groepen Laag en Midden van rijgen met niet-tientalig afgesplitste getallen;
- het geringe gebruik van aanvullend rijgen, als de getallen zich daarvoor lenen.

Dit roept vragen op ten aanzien van de relatie tussen de geobserveerde oplossingsprocedures en het aanbod van de betreffende leraren (de geleerde manieren van rijgen, splitsen en beredeneren) en de afstemming ervan op de verschillen in voortgang tussen de leerlingen (differentiatie binnen de leerlingenzorg). Dit vormt het onderwerp van het vervolgartikel op deze rapportage.

# 6 Meten en verhoudingen

# 6 Meten en verhoudingen

In dit hoofdstuk beschrijven we de leerlingresultaten voor het deelgebied Meten met de onderwerpen Meten en meetkunde, Tijd en Geld en het onderwerp Verhoudingen uit het deelgebied Verhoudingen, breuken en procenten.

## 6.1 Meten en meetkunde

### Inhoud

Bij het onderwerp Meten en meetkunde beschrijven we de resultaten van leerlingen op opgaven die betrekking hebben op het aspect meten en op opgaven waarbij het aspect meetkunde op de voorgrond staat.

Bij meten gaat het om elementaire noties die bij het meten van lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht van belang zijn. Daarnaast ligt de nadruk op het meten met en aflezen van ongestandaardiseerde en gestandaardiseerde maateenheden.

Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- vergelijken op lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht op basis van ervaringskennis of op basis van het afpassen van het aantal maateenheden;
- bepalen van de lengte, omtrek, oppervlakte of inhoud door het aantal maateenheden te tellen, of de uitkomst van een meting af te lezen. Dit kan via het gebruik van natuurlijke maten (zoals bij het bepalen van het aantal pakjes dat in een doos zit) of gestandaardiseerde maten (het aflezen van het aantal centimeters of de inhoud van een maatbeker);
- uitvoeren van eenvoudige herleidingen zoals van meters naar centimeters en omgekeerd;
- oplossen van vraagstukken door onder andere gebruik te maken van de notie van maateenheden van lengte, inhoud of gewicht. Voorbeelden zijn het kiezen van de juiste maat in een gegeven context (gewicht druk je uit in kg of gram en niet in liters) of globaal de orde van grootte van de maateenheid bepalen (bijvoorbeeld een lucifer is ongeveer 4 cm lang en geen 400 cm). Daarbij worden maateenheden als centimeter, meter, kilometer, liter, kilogram en gram gebruikt.

Bij meetkunde gaat het om aspecten als standpuntbepaling, lezen van een plattegrond en ruimtelijk redeneren. Hierbij ligt de nadruk op oriënteren, construeren en opereren.

Deze aspecten kunnen zowel tweedimensionaal als driedimensionaal van aard zijn.

Voorbeelden daarvan zijn:

- mentaal reconstrueren van een blokkenbouwsel op basis van een plattegrond;
- bepalen wat men vanuit een bepaald standpunt ziet;
- aan de hand van foto's bepalen waar de fotograaf stond;
- lezen van plattegronden en oriënteren op een kaart;
- construeren van gespiegelde figuren.

### Wat leerlingen kunnen

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 3 tot en met 9 redelijk tot matig. Voorbeeldopgaven 10 tot en met 18 worden door de percentiel-10 leerling onvoldoende beheerst. Een meetkundeopgave waarbij moet worden beoordeeld welke plattegrond hoort bij de afgebeelde foto wordt goed beheerst door de

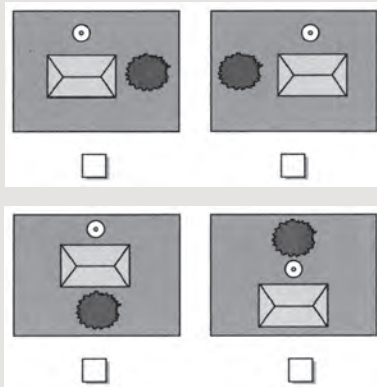


percentiel-10 leerling (voorbeeldopgave 1). Ook beheerst de percentiel-10 voorbeeldopgave 2 goed, waarbij wordt gevraagd of een luciferdoosje 4 centimeter, meter of kilometer lang is. De percentiel-10 leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij het aantal pakjes in een doos moet worden bepaald waarbij niet alle pakjes zichtbaar zijn (voorbeeldopgave 3). Ook is er een redelijke beheersing van een meetkundeopgave waarbij op basis van informatie van zowel de plattegrond als de foto de naam van een leerling op een bepaalde plaats op de plattegrond moet worden bepaald. De percentiel-10 leerling is redelijk in staat aan te geven welke maat wordt gebruikt bij het tanken van diesel (voorbeeldopgave 5). Ook is er een redelijke beheersing van een omzetting van centimeters naar meters en centimeters zoals bij voorbeeldopgave 6. De percentiel-10 leerling is redelijk in staat aan te geven welke maat moet worden gebruikt bij een pakje koekjes waarbij het gewicht (125 ...) wordt gegeven (voorbeeldopgave 7). Ook is deze leerling redelijk in staat om te bepalen welke driedimensionale afbeelding hoort bij een bouwtekening (voorbeeldopgave 8). Een opgave waarbij het aantal tegels moet worden bepaald waarbij een rij in de lengte en een rij in de breedte is gegeven wordt redelijk beheerst (voorbeeldopgave 9).

*Voorbeeldopgaven 1-9 Meten en meetkunde*



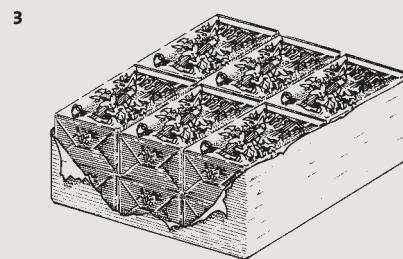
Je ziet hier een foto van een huis, een toren en een boom.  
Welke plattegrond hoort bij deze foto? Zet een kruisje.



2 Kies uit: - centimeter  
- meter  
- kilometer

Een luciferdoosje is

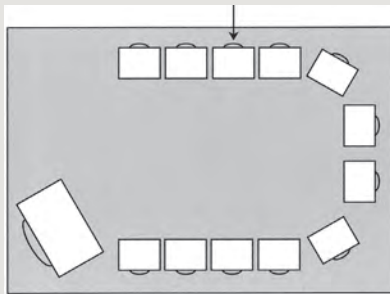
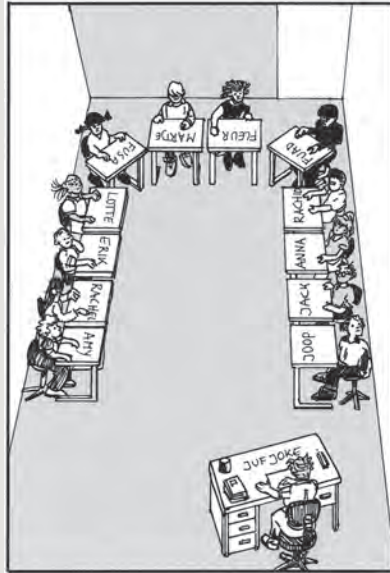
4 \_\_\_\_\_ lang.



Hoeveel pakjes boter liggen hier?

\_\_\_\_\_ pakjes boter

4 Foto van de klas van juf Joke

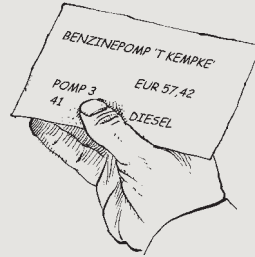


Plattegrond van de klas van juf Joke

Wie zit er op de plaats waar de pijl naar toe wijst?

\_\_\_\_\_

5



Luuk heeft diesel getankt.  
Wat staat er op zijn bonnetje achter 41?

- A liter
- B centimeter
- C kilometer
- D euro

6

Jelle is 135 centimeter lang.  
Dat is \_\_\_\_\_ meter en \_\_\_\_\_ centimeter.

7

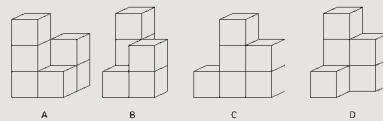
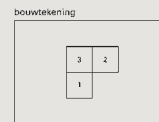


Wat zal op het etiket achter 125 staan?

- A gram
- B liter
- C kilo
- D centimeter

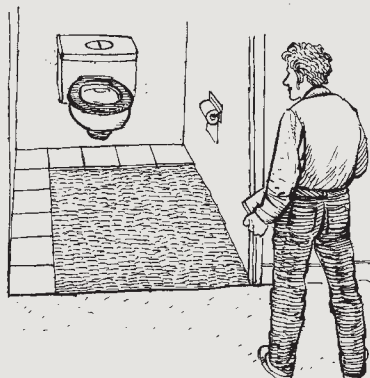
8

Hieronder zie je de bouwtekening van een blokkenhuis.  
Aan de getallen in de hokjes zie je hoeveel blokken op die plaats op elkaar moeten staan.  
Welk blokkenhuis hoort bij deze bouwtekening?



Voorbeeldopgaven 1-9 Meten en meetkunde

9



Mart legt in de wc nieuwe vloertegels.  
Hoeveel tegels heeft Mart nodig voor de hele wc-vloer?

\_\_\_\_\_ tegels

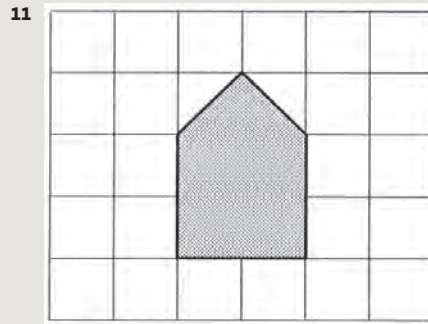
**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 5 tot en met 9 redelijk. Voorbeeldopgave 11 wordt door de percentiel-25 leerling matig beheerst. De voorbeeldopgaven 10 en 12 tot en met 18 worden onvoldoende beheerst door de percentiel-25 leerling. De voorbeeldopgaven 1 tot en met 9 zijn bij de percentiel-10 leerling al beschreven. De percentiel-25 leerling heeft daarbij nog een matige beheersing van een opgave waarbij de oppervlakte van een figuur uitgedrukt in hokjes moet worden bepaald (voorbeeldopgave 11).

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 9 tot en met 11 redelijk. Voorbeeldopgave 12 beheerst de gemiddelde leerling matig. De voorbeeldopgaven 13 tot en met 18 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. De gemiddelde leerling heeft een matige beheersing van een meetopgave waarbij gevraagd wordt naar het aantal centimeters dat overblijft wanneer 35 centimeter van 1 meter wordt afgezaagd (voorbeeldopgave 10). Ook heeft deze leerling een matige beheersing van een opgave waarbij wordt gevraagd hoeveel gram nog moet worden toegevoegd bij 350 gram om tot 1 kilo te komen (voorbeeldopgave 12).

Voorbeeldopgaven 10 en 11 Meten en meetkunde

- 10 Jasper koopt een plank van 1 m.  
Hij zaagt een stuk van 35 cm van de plank.  
Hoeveel cm houdt hij over?

\_\_\_\_\_ cm



Hoeveel hokjes is de grijze figuur groot?

\_\_\_\_\_ hokjes

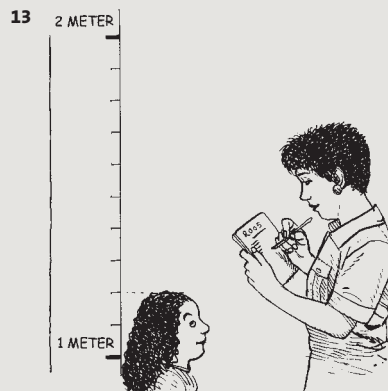
**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 12 tot en met 14 redelijk. De voorbeeldopgave 15 wordt matig beheerst. De voorbeeldopgaven 16 tot en met 18 beheerst de percentiel-75 leerling onvoldoende. De percentiel-75 leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij de lengte moet worden afgelezen in centimeters van een schaal waarbij alleen de meters zijn gegeven en waarbij om de 10 centimeter een streepje is aangegeven (voorbeeldopgave 13). Ook beheerst de percentiel-75 leerling een opgave redelijk waarbij een omzetting wordt gevraagd van meters en centimeters naar centimeters (voorbeeldopgave 14). De percentiel-75 leerling heeft een matige beheersing van een opgave waarbij wordt gevraagd hoeveel latten van 1 meter moet worden gekocht om 8 stukken van 25 centimeter te krijgen (voorbeeldopgave 15).

Voorbeeldopgaven 12-14 Meten en meetkunde



- Lies wil 1 kg suiker afwegen.  
350 gram zit er al in.  
Hoeveel gram moet er nog bij?

\_\_\_\_\_ gram



- Roos wordt gemeten bij de schoolarts.  
Hoeveel cm is Roos lang?

\_\_\_\_\_ cm

Voorbeeldopgaven 12-14 Meten en meetkunde

14



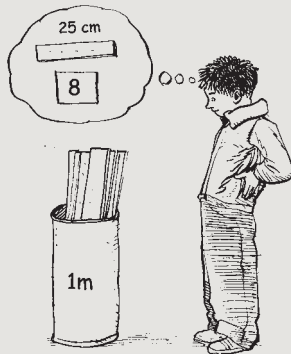
Jos heeft een nieuwe hengel. De hengel is in totaal 3 meter en 5 cm lang.  
Hoeveel cm is dat?

\_\_\_\_\_ cm

**De percentiel-90 leerling** beheerst de eerste dertien voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 14 tot en met 16 redelijk. De voorbeeldopgaven 17 en 18 beheerst de percentiel-90 leerling onvoldoende. De percentiel-90 leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij de prijs van een kilo staat gegeven en gevraagd wordt naar de prijs van 500 gram (voorbeeldopgave 16). De percentiel 90-leerling beheerst voorbeeldopgaven 17 en 18 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 17 opgave wordt gevraagd hoeveel blokken van een bepaalde afmeting passen in een doos waarbij door middel van een lijntje in lengte en breedte de positie van de blokken is aangegeven. Bij voorbeeldopgave 18 wordt in grammen gerekend (5 zakken van 400 gram) en gevraagd naar het aantal kilogram in totaal.

Voorbeeldopgaven 15-18 Meten en meetkunde

15



Stef heeft 8 latjes nodig van 25 centimeter.  
Hij zaagt hiervoor latten in stukken.  
Hoeveel latten van 1 meter moet hij dan kopen?

\_\_\_\_\_

16

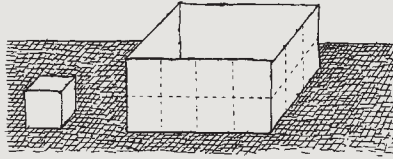


Vader koopt 500 gram gehakt.  
Hoeveel euro moet vader betalen?

\_\_\_\_\_ euro

Voorbeeldopgaven 15-18 Meten en meetkunde

17



Hoeveel van deze blokken passen in totaal in deze doos?

\_\_\_\_\_ blokken

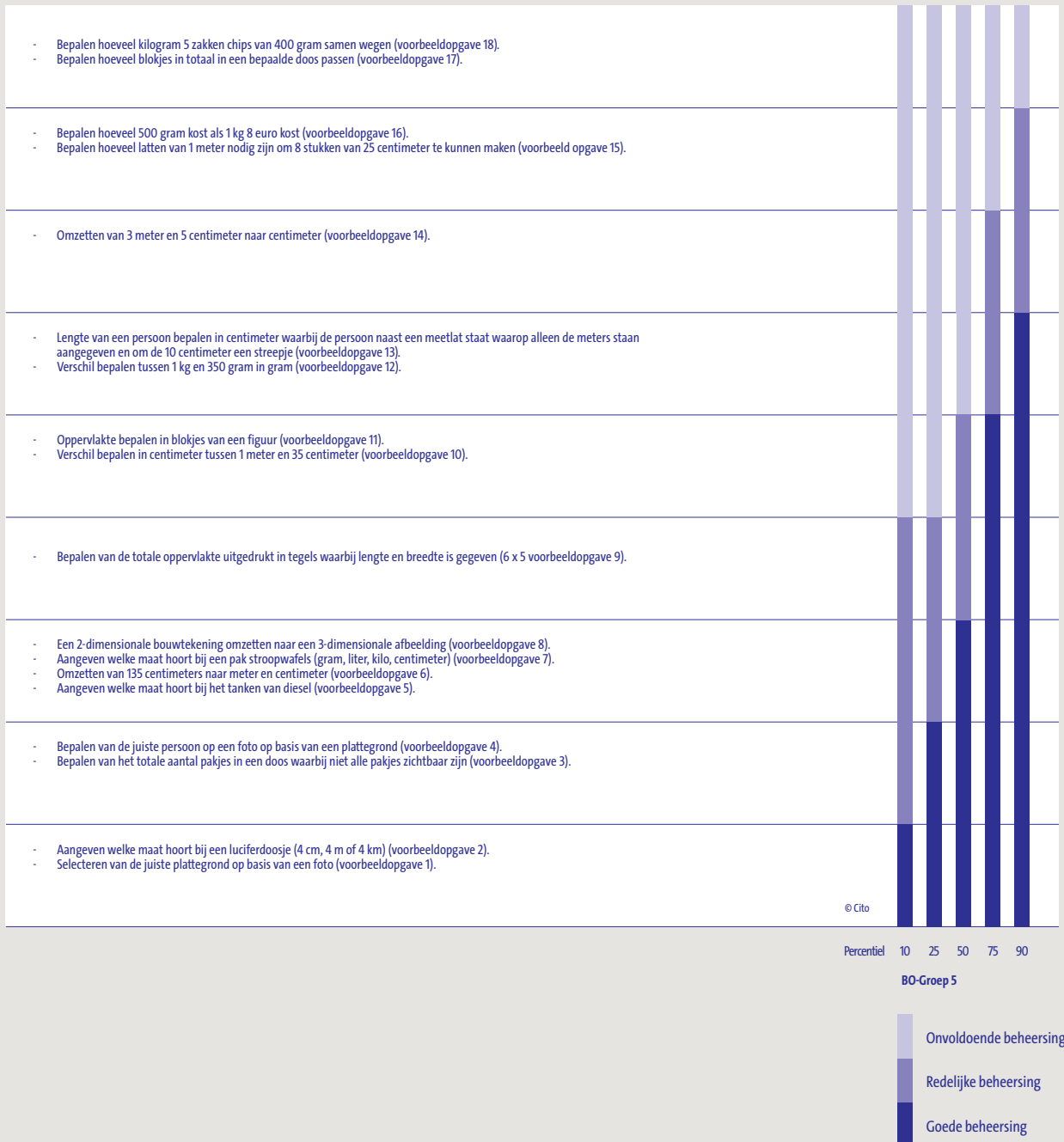
18



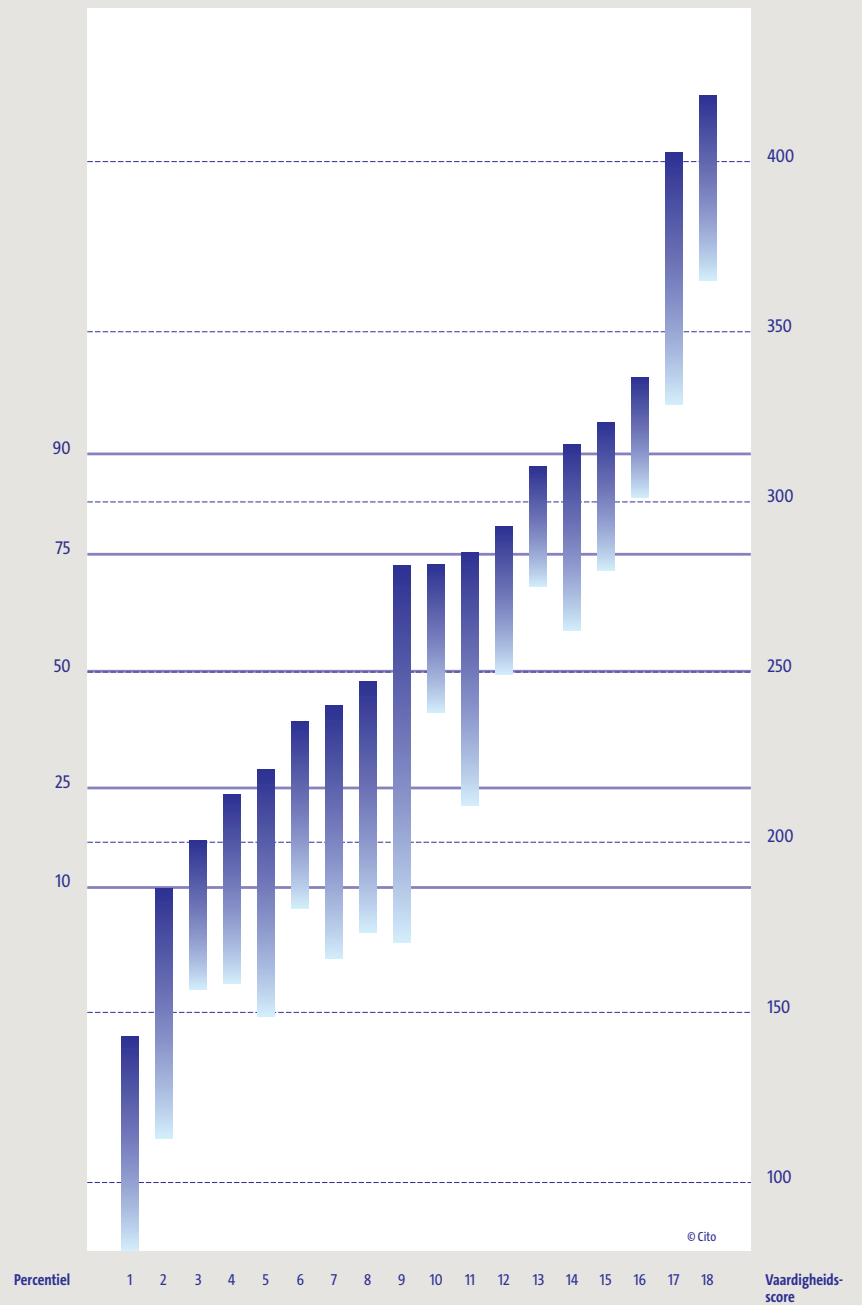
Marnix koopt 5 zakken chips van 400 gram.  
Hoeveel kilogram chips is dat samen?

\_\_\_\_\_ kilogram

## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten en meetkunde



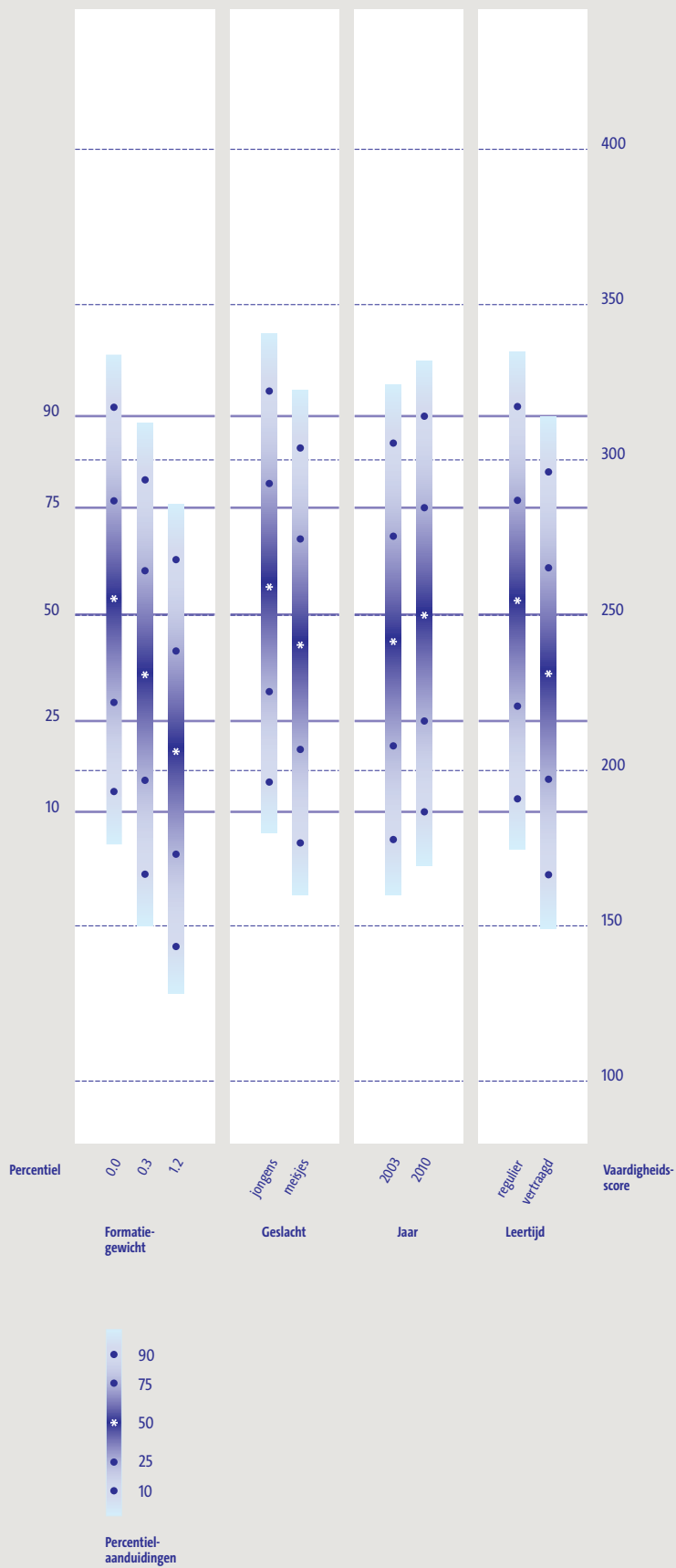
## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Meten en meetkunde



Opgaven







## Verschillen tussen leerlingen

### Verschillen tussen leerlingen met verschillende leerlinggewichten

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met gewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het gewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met gewicht 0.00 is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een gewicht van 0.30 is 231. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een leerlinggewicht 1.20 is 206. Van de leerlingen met een gewicht 0.00 haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een gewicht 0.30 is dat ongeveer 62% en van de leerlingen met een gewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 41%. Van de leerlingen met een gewicht 0.00 haalt ongeveer 53% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een gewicht 0.30 is dat ongeveer 36% en van de leerlingen met een gewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 18%.

### Verschillen tussen jongens en meisjes

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van de meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 259. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 240. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-16 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-62 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 69% de percentiel-25 score en ongeveer 42% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 80% de percentiel-25 score en ongeveer 57% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### Verschillen tussen 2010 en 2003

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 241. Er is een klein verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003 ten gunste van 2010.

### Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen.

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 231. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-13 leerling regulier. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-58 leerling regulier. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 52% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 62% de percentiel-25 score en ongeveer 36% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

## 6.2 Tijd

### Inhoud

Het onderwerp Tijd betreft kennis en begrip van klokkijken en kennis en begrip van de kalender. Bij beide aspecten gaat het ook om het kunnen toepassen van die kennis in contextsituaties. Klokkijken en kloktijden gaan zowel over analoge als digitale tijdsaanduidingen. Leerlingen moeten kloktijden kunnen aflezen en tijdsduur kunnen berekenen in eenvoudige

contextsituaties. Het gaat hierbij om opgaven als:

- aan de hand van analoge en digitale tijden bepalen hoe laat het is;
- analoge en digitale tijden kunnen koppelen;
- de tijdsduur bepalen tussen twee kloktijden en rekenen met tijdsduur.

Bij opgaven voor het onderdeel kalender worden vaardigheden gevraagd als:

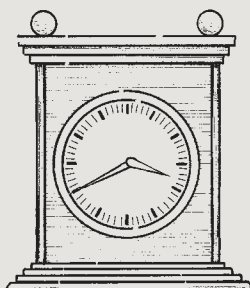
- kennis hebben van de maanden van het jaar en de dagen van de week en beide in juiste volgorde kunnen plaatsen;
- gegevens op de kalender kunnen aflezen en interpreteren (bijvoorbeeld op welke dag van de week valt een bepaalde datum, hoeveel woensdagen heeft een bepaalde maand, hoeveel dagen duurt het nog voor ...?).

### Wat leerlingen kunnen

**De percentiel-10 leerling** beheerst de voorbeeldopgaven 1, 2 en 5 matig. De overige voorbeeldopgaven worden door de percentiel-10 leerlingen onvoldoende beheerst. De percentiel-10 leerling heeft een matige beheersing van een opgave waarbij wordt gevraagd naar het aantal minuten dat nog nodig is om een uur vol te maken (voorbeeldopgave 1). Ook is er een matige beheersing van een opgave waarbij wordt gevraagd naar de tijd (kwart voor vier, voorbeeldopgave 2). Ook is er een matige beheersing van een opgave waarbij de datum wordt gegeven (zaterdag 20 juli) en wordt gevraagd op welke dag van de week 26 juli valt (voorbeeldopgave 5).

#### Voorbeeldopgaven 1 en 2 Tijd

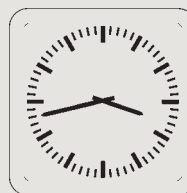
1



Over hoeveel minuten is het 4 uur?

over \_\_\_\_\_ minuten

2



Over twee minuten vertrekt de trein.

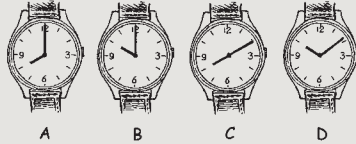
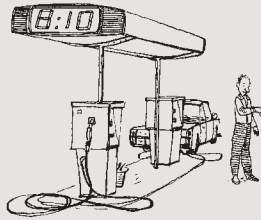
Hoe laat is het dan?

- A 11 minuten over half vier
- B 13 minuten over half vier
- C kwart voor vier
- D kwart over vier

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven redelijk. De voorbeeldopgaven 6 tot en met 15 worden onvoldoende beheerst door de percentiel-25 leerling. De percentiel-25 leerling heeft een redelijke beheersing van de hierboven beschreven opgaven en daarnaast een redelijke beheersing van een opgave waarbij gevraagd wordt welke horloge dezelfde tijd aangeeft als een aangegeven digitale tijd (voorbeeldopgave 3). Ook is er een redelijke beheersing van een opgave waarbij wordt gevraagd naar de maand voor januari (voorbeeldopgave 4).

Voorbeeldopgaven 3-5 Tijd

3



Het horloge van de man loopt gelijk met de klok van de benzinepomp.  
Welk horloge is dat?

4 Jolien is in januari jarig.

Francis is in de maand vóór januari jarig.  
Welke maand is dat?

\_\_\_\_\_

5



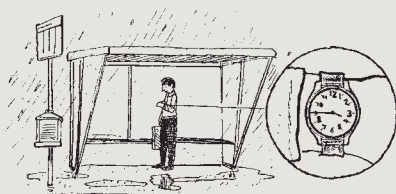
Vandaag is het zaterdag 20 juli.  
Anita is 26 juli jarig.  
Op welke dag van de week is dat?

\_\_\_\_\_ dag

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 8 redelijk. Voorbeeldopgave 9 beheerst de gemiddelde leerling matig. De voorbeeldopgaven 10 tot en met 15 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. Er is een redelijke beheersing van een opgave waarbij gevraagd wordt naar het verschil in minuten tussen een gegeven tijd in hele uren (3 uur in voorbeeldopgave 6) en een afgebeelde tijd op een horloge (kwart voor vier). Ook is er een redelijke beheersing van een opgave waarbij de datum moet worden bepaald door bij een gegeven datum twee weken op te tellen (voorbeeldopgave 7). De gemiddelde leerling is redelijk in staat het verschil in uren tussen 2 tijdstippen te bepalen waarbij de tijdstippen beide hele uren zijn (voorbeeldopgave 8). De gemiddelde leerling heeft een matige beheersing van een opgave waarbij een tijdstip moet worden bepaald (klokkijken) waarbij het tijdstip niet in hele uren, halve uren of kwartieren moet worden aangegeven maar op vijf minuten nauwkeurig (voorbeeldopgave 9).

Voorbeeldopgaven 6-9 Tijd

6



Om 3 uur kwam Johan bij de bushalte.  
Hoe lang staat hij nu al te wachten?

\_\_\_\_\_ minuten

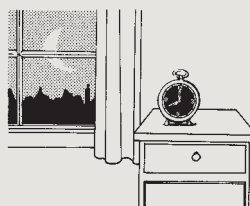
7



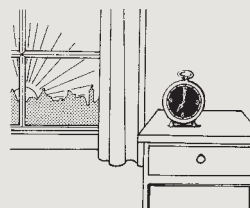
Remco vult de nieuwe verjaardagskalender in.  
Zijn vader is op 3 januari jarig.  
Susan is precies 2 weken later jarig.  
Wanneer is Susan jarig?

\_\_\_\_\_ januari

8



Tim gaat om acht uur naar bed.

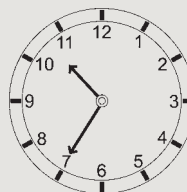


De volgende morgen stapt hij om zeven uur weer uit bed.

Hoe lang heeft Tim in bed gelegen?

\_\_\_\_\_ uur

9



Hoe laat is het op deze klok?

\_\_\_\_\_

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 10 tot en met 13 redelijk. De voorbeeldopgaven 14 en 15 beheerst de percentiel-75 leerling onvoldoende. De percentiel-75 leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij een hoeveelheid tijd in uren en minuten moet worden opgeteld bij een tijdstip (1 uur en 10 minuten later dan 11.50 uur in voorbeeldopgave 10). Ook is een percentiel-75 leerling redelijk in staat een aantal minuten te herleiden tot uren en minuten (voorbeeldopgave 11: 85 minuten is 1 uur en ... minuten). Ook beheerst de percentiel-75 leerling een opgave waarbij het verschil in maanden tussen twee data moet worden aangegeven redelijk (voorbeeldopgave 12). En deze leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij van een hoeveelheid dagen moet worden aangegeven hoeveel weken dat ongeveer is (voorbeeldopgave 13).

Voorbeeldopgaven 10-13 Tijd

- 10 Marcel neemt de trein van 11.50 uur naar Almelo.  
De reis duurt 1 uur en 10 minuten.  
Hoe laat komt Marcel aan in Almelo?

\_\_\_\_\_ uur

11



De baktijd van de taart is 1 uur  
en \_\_\_\_\_ minuten.

12



Het is vandaag 12 november.  
Jasmijn is op 12 februari jarig.  
Over hoeveel maanden is dat?

\_\_\_\_\_ maanden

13



Het been van Jozef moest 43 dagen in het gips.  
Hoeveel weken heeft Jozef ongeveer in het gips  
gelopen?

\_\_\_\_\_ weken

**De percentiel-90 leerling** beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgaven 12 en 13 redelijk. De voorbeeldopgaven 14 en 15 beheerst de percentiel-90 leerling onvoldoende. De opgaven die redelijk tot goed worden beheerst door de percentiel-90 leerling zijn hierboven al beschreven. Bij voorbeeldopgave 14 wordt gevraagd om aan te geven welk tv-programma op een bepaald tijdstip bezig is. Hierbij is de tijd in woorden beschreven (half acht) en zijn van de tv-programma's alleen de begintijden aangegeven (bijvoorbeeld 19.00 journaal). Bij voorbeeldopgave 15 moeten de leerlingen op basis van een grafiek met openingstijden van een kapper bepalen hoe lang de pauze duurt op een bepaalde dag.

Voorbeeldopgaven 14 en 15 Tijd

14

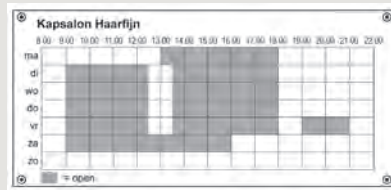
18.00 Hans  
18.30 Puntmuts  
19.00 Journaal  
19.10 De Strohoed  
19.35 Plezierclub  
20.05 Film

Om half 8 zet Corinne de tv aan.

Welk programma is dan bezig?

\_\_\_\_\_

15

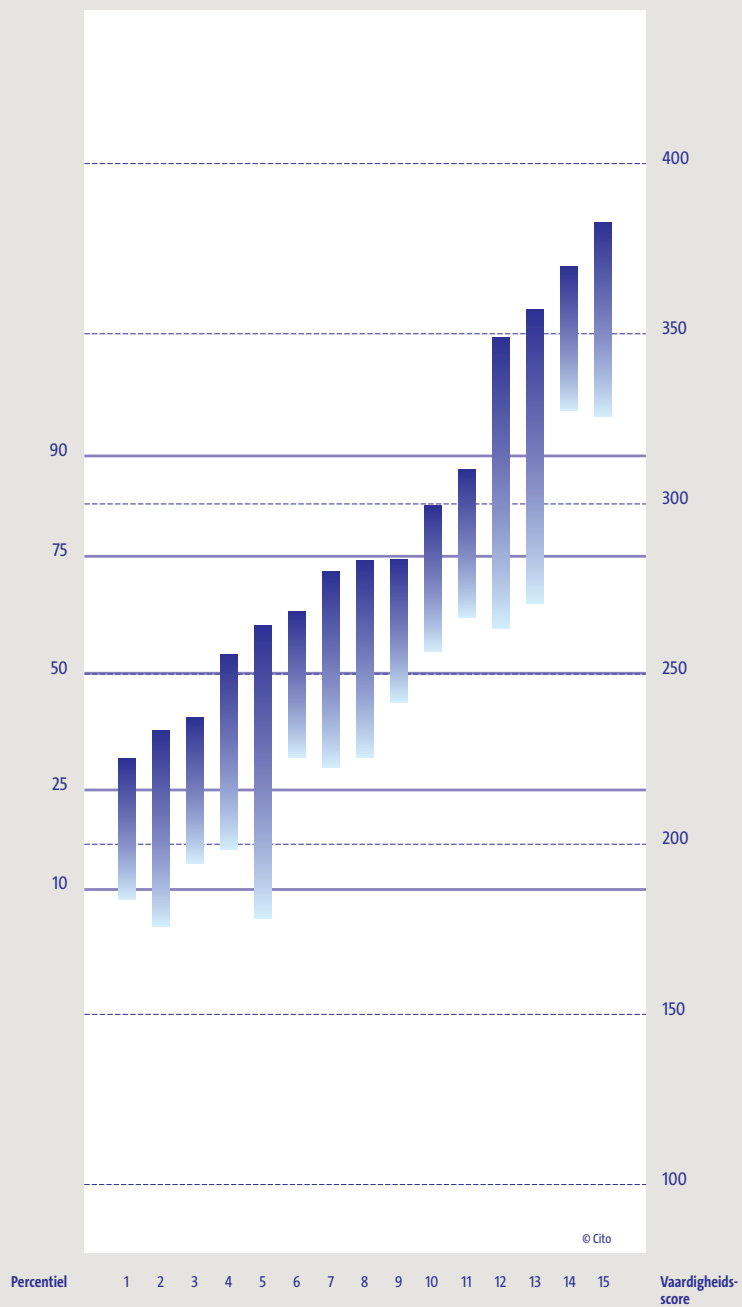


Op deze kaart zie je wanneer de kapper open is, en wanneer de kapper gesloten is.

Hoeveel minuten is de pauze van "Kapsalon Haarlijn" op donderdag?

\_\_\_\_\_ minuten

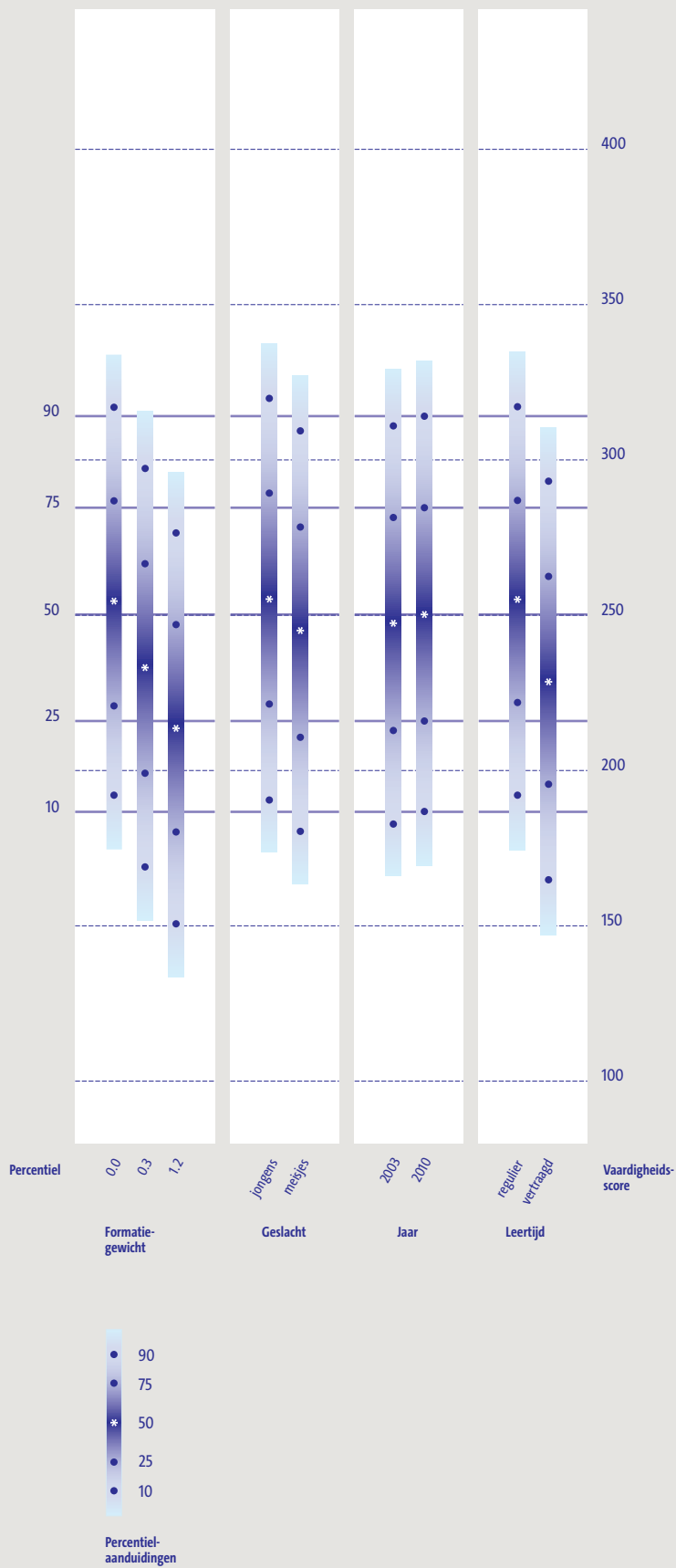
## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Tijd



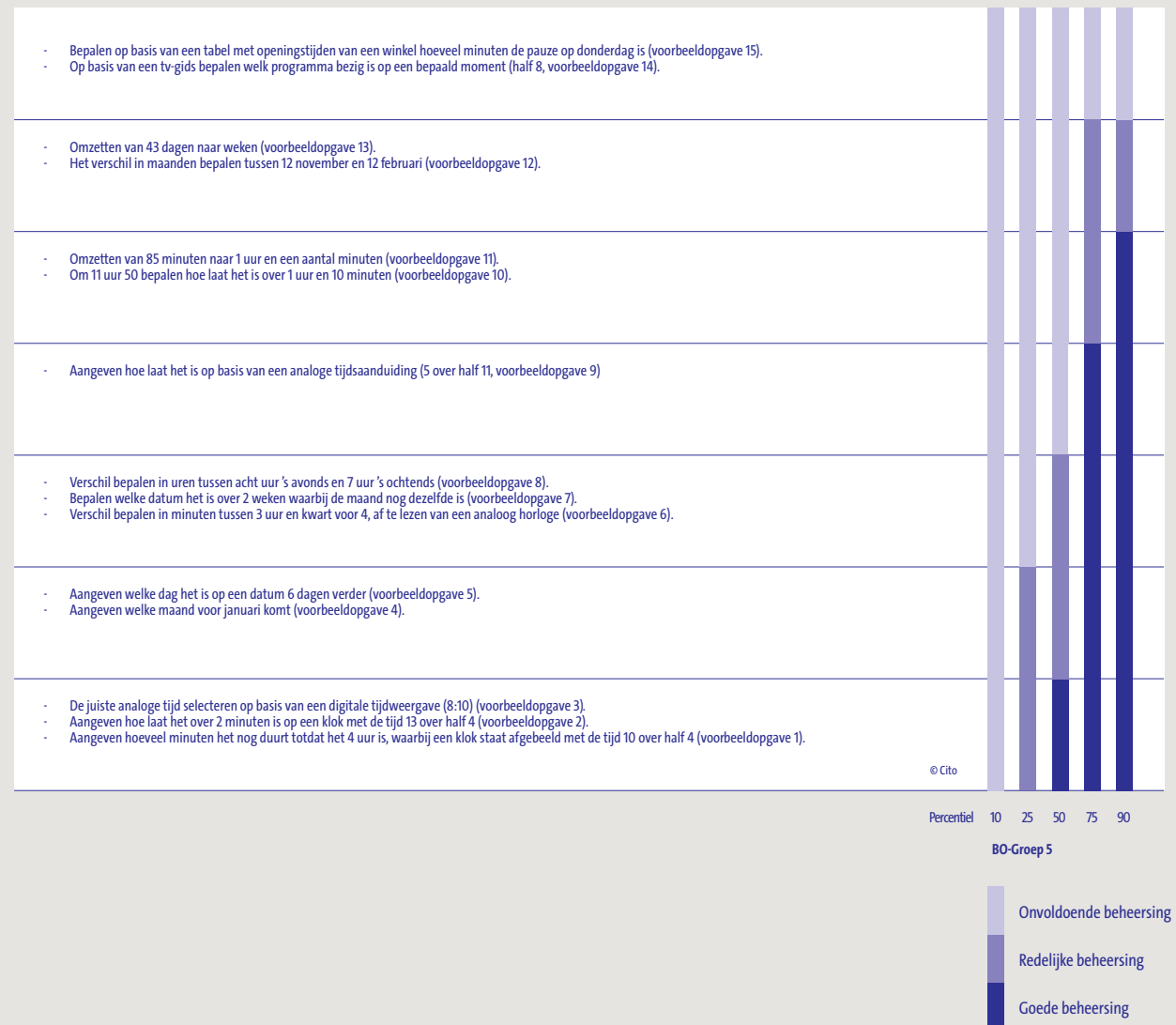
Opgaven







## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Tijd



## Verschillen tussen leerlingen

### Verschillen tussen leerlingen met verschillende leerlinggewichten

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met gewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het gewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met gewicht 0.00 is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een gewicht van 0.30 is 233. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een leerlinggewicht 1.20 is 214. Van de leerlingen met een gewicht 0.00 haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een gewicht 0.30 is dat ongeveer 63% en van de leerlingen met een gewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 48%. Van de leerlingen met een gewicht 0.00 haalt ongeveer 52% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een gewicht 0.30 is dat ongeveer 37% en van de leerlingen met een gewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 23%.

### Verschillen tussen jongens en meisjes

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van de meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 245. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-19 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-68 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 72% de percentiel-25 score en ongeveer 47% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 52% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### Verschillen tussen 2010 en 2003

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 247. Er is een klein verwaarloosbaar verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003 ten gunste van 2010.

### Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 229. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-13 leerling regulier. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-58 leerling regulier. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score en ongeveer 54% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 62% de percentiel-25 score en ongeveer 33% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

## 6.3 Geld

### Inhoud

Bij dit onderdeel wordt gewerkt met munten van 1, 2, 5, 10, 20 en 50 cent, de munten van 1 en 2 euro en de bankbiljetten van 5, 10, 50, 100, 200 en 500 euro. De bedragen worden of in cent-notatie aangeboden of in hele euro's.

In de opgaven staan elementaire geldhandelingen centraal die in alledaagse situaties

voorkomen zoals inwisselen, samenstellen en van bedragen bepalen wat men terugkrijgt. De volgende typen opgaven kunnen voorkomen:

- het totaalbedrag van verschillende munten en bankbiljetten bepalen;
- inwisselen (bijvoorbeeld van biljetten naar munten of van bijvoorbeeld muntstukken van 50 cent naar muntstukken van 20 cent);
- samenstellen van bedragen met munten en bankbiljetten om bijvoorbeeld gepast te betalen;
- bepalen hoeveel je terugkrijgt, overhoudt, te kort komt;
- bepalen wat je voor een bepaald bedrag kunt kopen.

### Wat leerlingen kunnen

**De percentiel-10 leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave redelijk tot goed. De voorbeeldopgaven 2, 3 en 5 worden door de percentiel-10 leerling matig beheerst. De overige voorbeeldopgaven beheerst de percentiel-10 leerling onvoldoende. Een opgave waarbij het aantal euro's moet worden bepaald waarbij er 2 verschillende briefjes onder de 100 euro en 2 dezelfde munten liggen wordt redelijk tot goed beheerst door de percentiel-10 leerling (voorbeeldopgave 1). Een opgave waarbij moet worden bepaald hoeveel euro er wordt teruggekregen bij het betalen met een briefje van 10 en een briefje van 20 euro waarbij de prijs van de aankoop (27 euro) staat aangegeven wordt matig beheerst door de percentiel-10 leerling (voorbeeldopgave 2). Hetzelfde geldt voor een opgave waarbij een bedrag onder de 100 moet worden samengesteld uit briefjes van 10 en losse euro's (voorbeeldopgave 3). Het bepalen van een hoeveelheid euro's met briefjes van honderd en vijf en een aantal losse euro's, wordt ook matig beheerst door de percentiel-10 leerling (voorbeeldopgave 5).

#### Voorbeeldopgave 1 Geld

1



Hoeveel euro ligt hier?

\_\_\_\_\_ euro

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed. De voorbeeldopgaven 3 tot en met 6 worden redelijk beheerst door de percentiel-25 leerling. De voorbeeldopgaven 7 tot en met 12 worden onvoldoende beheerst door de percentiel-25 leerling. Naast de hierboven beschreven voorbeeldopgaven heeft de percentiel-25 leerling een redelijke beheersing van een opgave waarbij moet worden bepaald welk bedrag wordt teruggekregen. Hierbij moet de totaalprijs van 3 artikelen worden berekend, waarbij 2 artikelen 50 eurocent kosten en 1 artikel 1 euro kost. Er wordt betaald met een briefje van 5 euro (voorbeeldopgave 4). Ook is er een redelijke beheersing van een herleiding van een briefje van 5 euro naar munten van 50 eurocent (voorbeeldopgave 6).

Voorbeeldopgaven 2-6 Geld

2



Lianne koopt deze rugzak. Ze betaalt met deze briefjes.



Hoeveel euro krijgt ze terug?

\_\_\_\_\_ euro

3

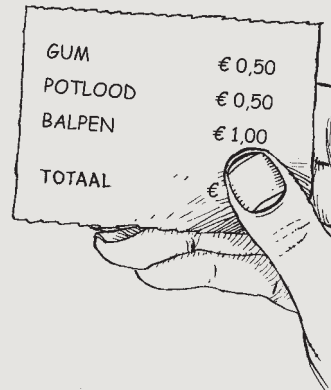


Janny koopt deze laarzen. Zij betaalt met briefjes van 10 euro en 3 losse euro's.

Hoeveel briefjes van 10 euro geeft Janny?

\_\_\_\_\_ briefjes

4



Jip heeft boodschappen gedaan. Ze betaalt met een briefje van 5 euro.

Hoeveel euro krijgt ze terug?

\_\_\_\_\_ euro

5



Hoeveel euro is dit samen?

\_\_\_\_\_ euro

6



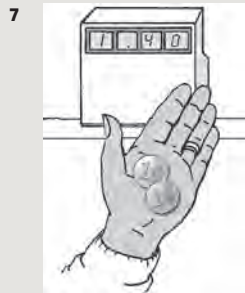
Hakim wisselt dit briefje voor munten van 50 eurocent.

Hoeveel munten zijn dat?

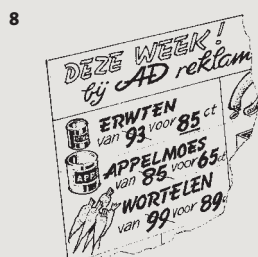
\_\_\_\_\_ munten

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 7 tot en met 11 matig tot redelijk. Voorbeeldopgave 12 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. De gemiddelde leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij bepaald moet worden welke 2 munten je terugkrijgt wanneer je iets koopt van 1,40 euro en betaalt met 2 losse euro's (voorbeeldopgave 7). Ook is er een redelijke beheersing van een opgave waarbij moet worden bepaald hoeveel eurocent er wordt teruggekregen wanneer de aankoop in eurocent staat aangegeven en er met een euro wordt betaald (voorbeeldopgave 8). Ook is er een redelijke beheersing van een soortgelijke opgave waarbij het aantal eurocenten dat wordt teruggekregen moet worden bepaald wanneer er iets wordt gekocht van 60 eurocent terwijl met een muntstuk van 2 euro wordt betaald (voorbeeldopgave 9). De gemiddelde leerling is redelijk in staat om aan te geven welke 2 munten nodig zijn om op een totaal van 40 cent uit te komen wanneer een bedrag van 34 eurocent al op tafel ligt (voorbeeldopgave 10). En een gemiddelde leerling is redelijk in staat de totale waarde in eurocenten te bepalen van een briefje van 5 euro en de muntstukken 1 euro, 50 eurocent, 2 eurocent en 1 eurocent (voorbeeldopgave 11).

Voorbeeldopgaven 7-12 Geld

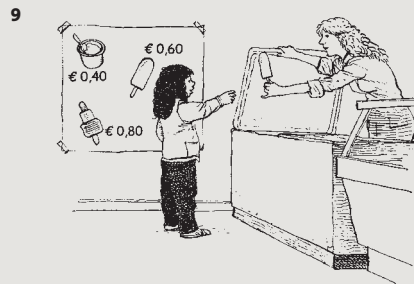


Sevda betaalt met 2 munten van 1 euro.  
Ze krijgt twee munten terug.  
Welke munten zijn dat?  
Zet een kruisje.



Jonne haalt 1 pot appelmoes bij AD.  
Hij betaalt met één euro.  
Hoeveel cent krijgt hij terug?

\_\_\_\_\_ cent



Didi koopt een ijsje van 60 eurocent.  
Ze betaalt met een munt van 2 euro.  
Hoeveel krijgt ze terug?

\_\_\_\_\_ eurocent



Frank heeft 40 cent.  
Hij is het geld op de tafel aan het leggen.  
Hij heeft nu nog 2 munten in zijn zak.  
Welke zijn dat?

1 munt van \_\_\_\_\_ cent en 1 munt  
van \_\_\_\_\_ cent

Voorbeeldopgaven 7-12 Geld

11



Hoeveel eurocent is dit samen waard?

\_\_\_\_\_ eurocent

12



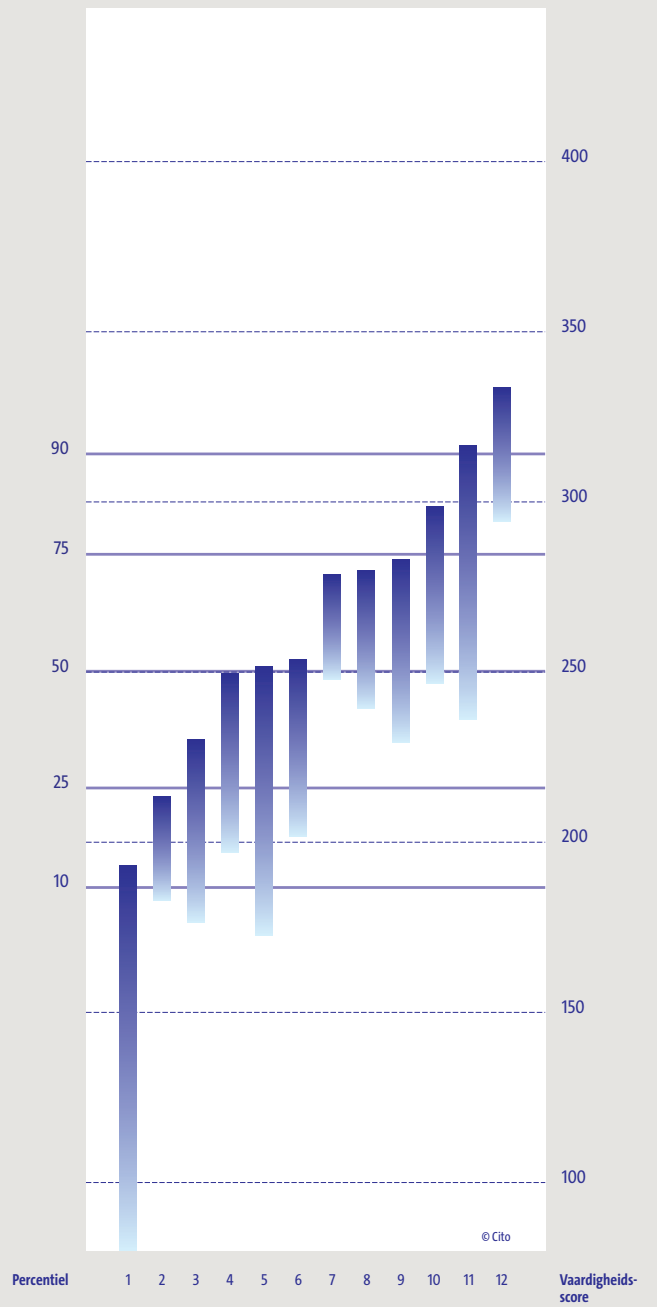
Hoeveel cent heeft Boris meer dan Anna?

\_\_\_\_\_ cent

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 10 en 11 redelijk. Voorbeeldopgave 12 beheerst de percentiel-75 leerling onvoldoende. Dat is een opgave waarbij een verschil in spaargeld moet worden aangegeven tussen twee afbeeldingen met daarop biljetten en munten. Op de eerste afbeelding staat een briefje van 10 euro en de losse muntstukken van 2 euro, 1 euro, 50 eurocent en 20 eurocent. Op de tweede afbeelding staat een briefje van 10 euro en een briefje van 5 euro.

**De percentiel-90 leerling** beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 12 redelijk.

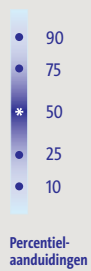
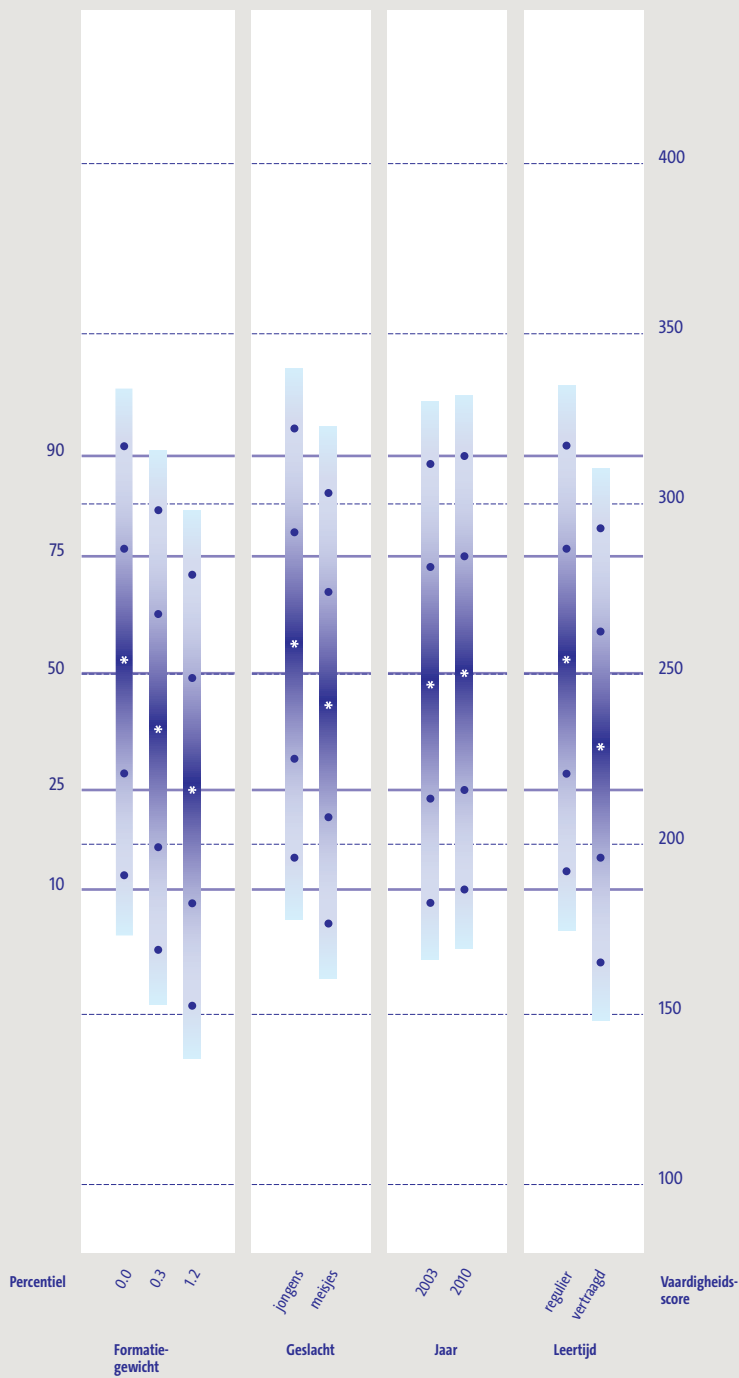
## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Geld



Opgaven







## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Geld



## Verschillen tussen leerlingen

### Verschillen tussen leerlingen met verschillende leerlinggewichten

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met gewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het gewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met gewicht 0.00 is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een gewicht van 0.30 is 234. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een leerlinggewicht 1.20 is 217. Van de leerlingen met een gewicht 0.00 haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een gewicht 0.30 is dat ongeveer 65% en van de leerlingen met een gewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 50%. Van de leerlingen met een gewicht 0.00 haalt ongeveer 53% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een gewicht 0.30 is dat ongeveer 38% en van de leerlingen met een gewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 25%.

### Verschillen tussen jongens en meisjes

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van de meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 259. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 241. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-16 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-62 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 70% de percentiel-25 score en ongeveer 42% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 80% de percentiel-25 score en ongeveer 57% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### Verschillen tussen 2010 en 2003

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 247. Er is een klein verwaarloosbaar verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003 ten gunste van 2010.

### Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 229. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-13 leerling regulier. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-58 leerling regulier. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78 de percentiel-25 score en ongeveer 52% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 62% de percentiel-25 score en ongeveer 33% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

## 6.4 Verhoudingen

### Inhoud

Bij dit onderwerp komen opgaven aan bod waarbij het begrip van verhoudingen van belang is. Dit onderwerp is voor het eerst in de peiling van 2004 opgenomen.

De opgaven van het onderwerp verhoudingen worden allen gepresenteerd in een zo realistisch mogelijke context. Ze zijn herkenbaar als situaties uit het dagelijkse leven bijvoorbeeld om

hoeveelheden in een recept aan te passen aan het aantal personen. Ook komen opgaven voor waarbij gegevens verhoudingsgewijs met elkaar vergeleken moeten worden. Bij die opgaven is vaak nodig berekeningen te maken waarbij getallen of hoeveelheden gehalveerd of verdubbeld moeten worden.

### Wat leerlingen kunnen

**De percentiel-10 leerling** beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 10 onvoldoende.

**De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave redelijk. De voorbeeldopgaven 2 en 5 worden matig beheerst door de percentiel-25 leerling. De overige voorbeeldopgaven worden onvoldoende beheerst. De percentiel-25 leerling heeft een redelijke beheersing van een opgave waarbij moet worden bepaald hoeveel schepjes chocolaepoeder er nodig zijn voor het maken van 8 bekertjes chocolademelk. Er staat aangegeven dat er 2 schepjes nodig zijn voor 1 beker (voorbeeldopgave 1). Er is een matige beheersing van een zelfde type opgave waarbij het aantal doppen schoonmaakmiddel dat nodig is om 10 liter schoonmaakmiddel te maken moet worden berekend. Er staat dan aangegeven dat er met 1 dop 2 liter schoonmaakmiddel kan worden gemaakt (voorbeeldopgave 2). Ook voorbeeldopgave 5 wordt matig beheerst door de percentiel-25 leerling. Bij deze opgave staat een afbeelding van een kom met daarin 5 aardbeien en 2 bolletjes ijs. Er wordt aangegeven dat er 4 kommen worden gemaakt. Er wordt dan gevraagd naar het aantal benodigde aardbeien en bolletjes ijs.

#### Voorbeeldopgave 1 Verhoudingen

1



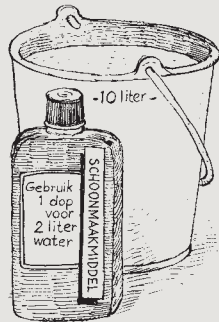
René wil 8 bekertjes chocolademelk maken.  
Hoeveel schepjes chocolaepoeder moet hij dan nemen?

\_\_\_\_\_ schepjes

**De gemiddelde leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven redelijk tot goed. De voorbeeldopgaven 4 en 5 worden redelijk beheerst. Voorbeeldopgave 3 wordt matig beheerst door de gemiddelde leerling. Voorbeeldopgaven 6 tot en met 10 beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 3 wordt de prijs van 2 kilo vis gegeven (12 euro). Er wordt dan gevraagd naar de prijs van 3 kilo vis. Deze opgave wordt matig beheerst. Bij voorbeeldopgave 4 wordt gevraagd hoeveel betaald moet worden voor 20 bekertjes wanneer 5 bekertjes 3 euro kosten. Deze opgave wordt redelijk beheerst door de gemiddelde leerling.

Voorbeeldopgaven 2-5 Verhoudingen

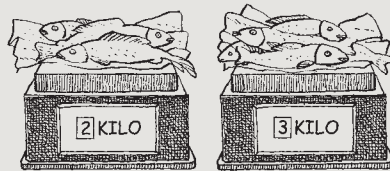
2



In de emmer zit 10 liter water.  
Hoeveel doppen schoonmaakmiddel moeten in 10 liter water?

\_\_\_\_\_ doppen

3



2 kilo vis kost 12 euro.  
Hoeveel moet moeder betalen voor 3 kilo vis?

\_\_\_\_\_ euro

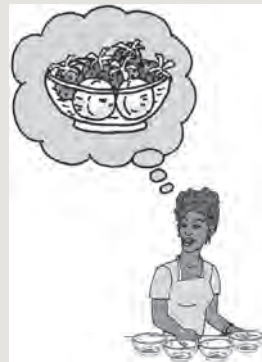
4



5 bekers kosten 3 euro. Peter koopt 20 bekers.  
Hoeveel euro moet Peter betalen?

\_\_\_\_\_ euro

5



Moeder maakt 4 van zulke toetjes.  
Hoeveel bolletjes ijs en hoeveel aardbeien heeft ze nodig?

\_\_\_\_\_ bolletjes

\_\_\_\_\_ aardbeien

**De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgave 5 nagenoeg goed. De voorbeeldopgaven 6 tot en met 8 worden redelijk beheerst. De voorbeeldopgaven 9 en 10 beheerst de percentiel-75 leerling onvoldoende. Deze leerling heeft een redelijke beheersing van voorbeeldopgave 6 waarbij gevraagd wordt naar de prijs die moet worden betaald voor 9 chocoladerepen. Hierbij staat aangegeven dat 1 reep 1 euro kost en dat er geldt: 3 halen is 2 betalen. Ook is er een redelijke beheersing van voorbeeldopgave 7 waarbij gevraagd wordt hoeveel ballen de juf moet pakken wanneer zij de 24 kinderen van de klas indeelt in groepjes van 4 kinderen en elk groepje 2 ballen geeft. Bij voorbeeldopgave 8 wordt gevraagd hoeveel moet worden betaald in eurocent voor 12 lolly's waarbij wordt aangegeven dat een zakje van 3 lolly's 25 cent kost. Deze opgave wordt redelijk beheerst door de percentiel-75 leerling.

Voorbeeldopgave 6-8 Verhoudingen

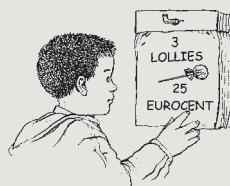
6



Sander koopt 9 chocoladerepen.  
Hoeveel euro moet hij betalen?

\_\_\_\_\_ euro

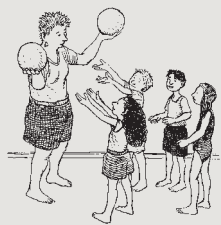
8



Een pakje met 3 lollies kost 25 cent.  
Johan koopt 12 lollies.  
Hoeveel moet hij betalen?

\_\_\_\_\_ eurocent

7



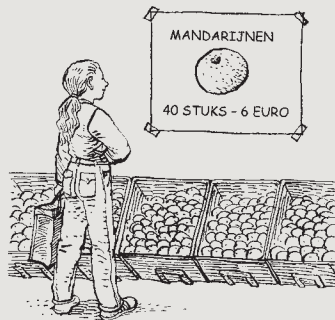
In groep 5 zitten 24 kinderen. Tijdens de gymles  
verdeelt de juf de kinderen in groepjes van 4.  
Elk groepje krijgt 2 ballen.  
Hoeveel ballen moet de juf in totaal pakken?

\_\_\_\_\_ ballen

**De percentiel-90 leerling** beheerst de eerste zeven voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 8 redelijk tot goed. Voorbeeldopgave 9 wordt redelijk beheerst. Voorbeeldopgave 10 wordt matig beheerst door de percentiel-90 leerling. In voorbeeldopgave 9 wordt gevraagd naar de prijs van 60 mandarijnen waarbij is aangegeven dat 40 mandarijnen 6 euro kosten. Er is een matige beheersing van voorbeeldopgave 10 waarbij gevraagd wordt hoeveel bekertjes gevuld kunnen worden met 1 grote fles waarbij staat aangegeven dat in 2 grote flessen evenveel kan als in 3 kleine flessen. En dat met 1 kleine fles 6 bekertjes gevuld kunnen worden.

Voorbeeldopgave 9 en 10 Verhoudingen

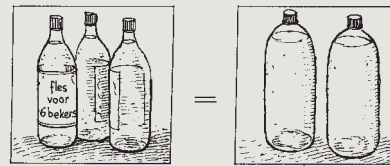
9



40 mandarijnen kosten 6 euro. Els koopt  
60 mandarijnen.  
Hoeveel euro moet Els betalen?

\_\_\_\_\_ euro

10



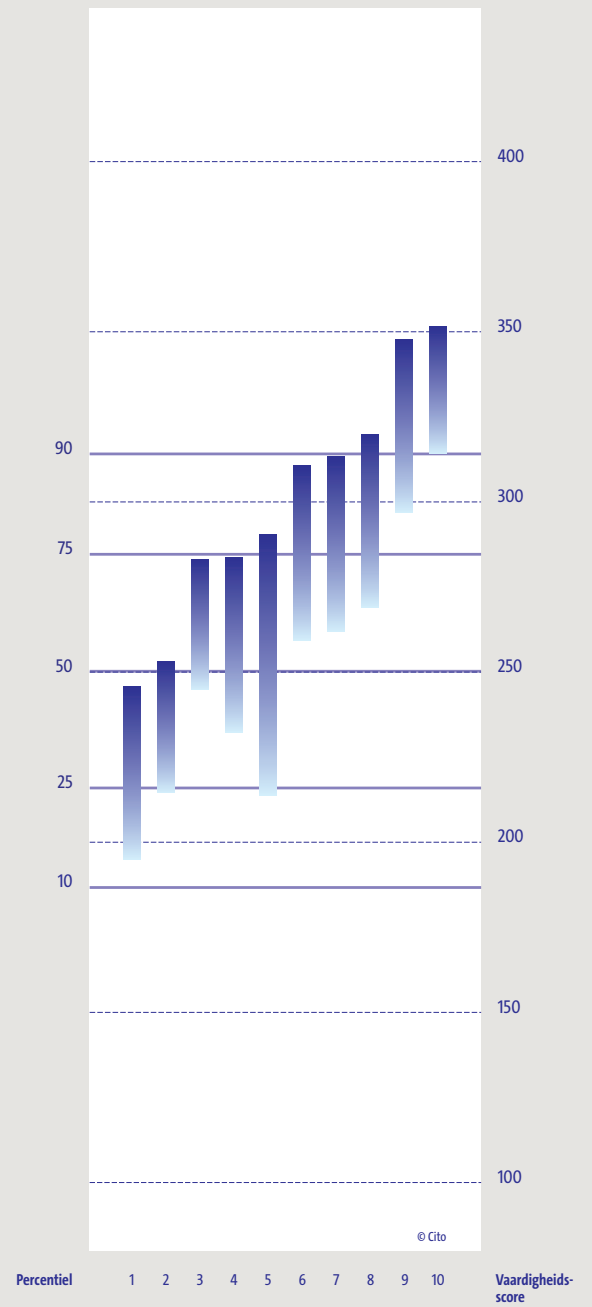
In 3 kleine flessen zit net zoveel sap als in 2 grote  
flessen.

Met een kleine fles kun je 6 bekers vullen.

Hoeveel bekers kun je vullen met één grote fles?

\_\_\_\_\_ bekers

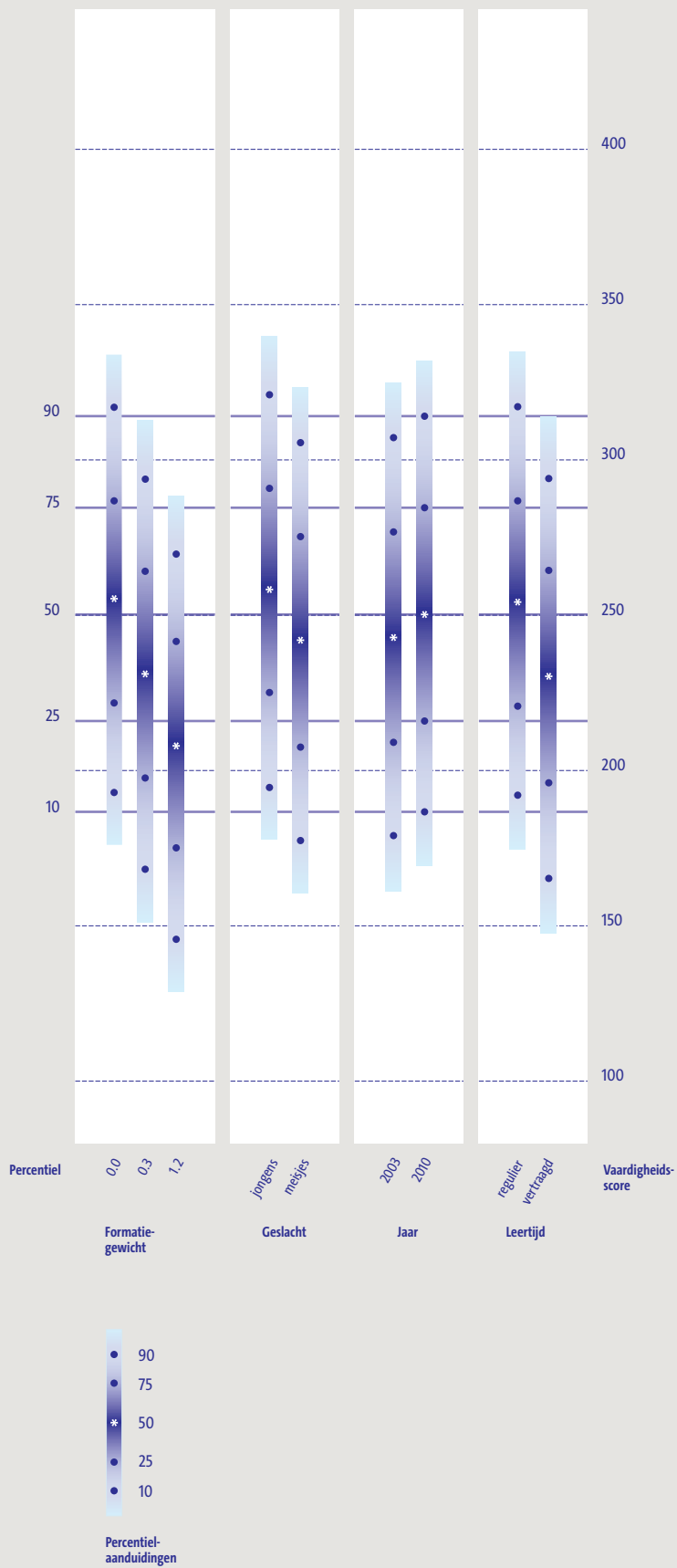
## De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Verhoudingen



Opgaven







## De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Verhoudingen



## **Verschillen tussen leerlingen**

### **Verschillen tussen leerlingen met verschillende leerlinggewichten**

De verschillen in gemiddelde vaardigheidsscores tussen de leerlingen met gewicht 0.00, 0.30 en 1.20 zijn groot. Het is duidelijk dat de gemiddelde vaardigheidsscore afneemt naarmate het gewicht van de leerling hoger is. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met gewicht 0.00 is 255. De gemiddelde vaardigheidsscore van een leerling met een gewicht van 0.30 is 231. De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerling met een leerlinggewicht 1.20 is 208. Van de leerlingen met een gewicht 0.00 haalt ongeveer 78% de percentiel-25 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een gewicht 0.30 is dat ongeveer 62% en van de leerlingen met een gewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 45%. Van de leerlingen met een gewicht 0.00 haalt ongeveer 53% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Bij de leerlingen met een gewicht 0.30 is dat ongeveer 37% en van de leerlingen met een gewicht 1.20 is dat slechts ongeveer 20%.

### **Verschillen tussen jongens en meisjes**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen jongens en meisjes is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van jongens ligt beduidend hoger dan die van de meisjes. De verschillen zijn ongeveer even groot als uit eerdere onderzoeken naar voren is gekomen. De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 258. De gemiddelde vaardigheidsscore van de meisjes is 242. De percentiel-25 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-17 leerling van de jongens. De percentiel-75 leerling van de meisjes heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-63 leerling van de jongens. Van de meisjes haalt ongeveer 70% de percentiel-25 score en ongeveer 43% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de jongens scoort ongeveer 80% de percentiel-25 score en ongeveer 57% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.

### **Verschillen tussen 2010 en 2003**

De gemiddelde vaardigheidsscore van de leerlingen in het jaar 2010 is 250. De gemiddelde vaardigheidsscore in het jaar 2003 is 243. Er is een klein verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen de leerlingen van 2010 en 2003 ten gunste van 2010.

### **Verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen**

Het verschil in gemiddelde vaardigheidsscore tussen vertraagde leerlingen en reguliere leerlingen is groot. De gemiddelde vaardigheidsscore van de reguliere leerlingen is 254. De gemiddelde vaardigheidsscore van de vertraagde leerlingen is 230. De vertraagde leerlingen scoren beduidend lager dan de reguliere leerlingen. Deze bevindingen zijn in overeenstemming met eerder gevonden verschillen tussen reguliere en vertraagde leerlingen. De percentiel-25 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-12 leerling regulier. De percentiel-75 vertraagde leerling heeft ongeveer dezelfde vaardigheidsscore als de percentiel-59 leerling regulier. Van de reguliere leerlingen haalt ongeveer 78 de percentiel-25 score en ongeveer 53% de percentiel-50 score van de 2010-schaal. Van de vertraagde leerlingen haalt ongeveer 62% de percentiel-25 score en ongeveer 34% de percentiel-50 score van de 2010-schaal.



# 7 Verschillen tussen leerlingen

# 7 Verschillen tussen leerlingen

In de hoofdstukken 4 en 6 zijn verschillen in prestaties tussen groepen leerlingen gerapporteerd op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen van deze groepen. In dit hoofdstuk onderzoeken we de specifieke bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen. Het betreft de leerlingkenmerken formatiegewicht, stratum, geslacht en leertijd. Vervolgens vergelijken we voor een aantal reken-wiskunde-methoden de rekenprestaties van de leerlingen en sluiten het hoofdstuk af met een vergelijking van de rekenprestaties over de periode 2003-2010.

## 7.1 Inleiding

In de voorgaande hoofdstukken hebben we aandacht besteed aan verschillen tussen groepen leerlingen op basis van de vaardigheidsverdelingen van de onderscheiden groepen leerlingen. We gebruikten daarvoor telkens enkele markante punten uit de verdelingen zoals de percentielen 10, 25, 50, 75 en 90. Deze verdelingen laten de verschillen tussen groepen zien zonder dat we ons afvragen of de groepen naar samenstelling wel vergelijkbaar zijn. Het verschil in de leerlingprestaties tussen twee peilingsjaren zou bijvoorbeeld mede veroorzaakt kunnen worden door veranderingen in de samenstelling van de leerlingpopulatie. Het zou bijvoorbeeld kunnen dat de proportie 1.20-leerlingen in de leerlingpopulatie is gedaald en gezien de achterstand van deze groep leerlingen zou dat een positief effect hebben op het gemiddelde rekenvaardigheidsniveau. We kunnen dus niet zonder meer concluderen dat een hoger gemiddelde ook betekent dat leerlingen beter kunnen rekenen.

In dit hoofdstuk onderzoeken we de bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen, waarbij we corrigeren voor de overige variabelen die in de analyse zijn meegenomen. We spreken van *gezuiverde effecten* omdat de andere kenmerken van de leerlingen die ons bekend zijn constant worden gehouden. Het verschil in vaardigheid tussen de groepen wordt statistisch getoetst en bij een overschrijdingskans  $p < .05$  spreken we van een significant effect. Deze toetsing geeft echter geen informatie over de grootte van het verschil. En zeker bij grote aantallen subjecten, zoals in peilingsonderzoek vaak het geval is, kunnen relatief kleine verschillen al gauw een significant effect genereren. We rapporteren de verschillen daarom in termen van effectgrootten. De effectgrootte is het quotiënt van het verschil tussen de gemiddelden en de standaardafwijking van de twee groepen die onderling worden vergeleken. Bij de interpretatie van de effectgrootte hanteren we de vuistregel van Cohen (1988) die is afgebeeld in onderstaande tabel.

### Kwalificatie van effectgrootten

Effectgrootte	Kwalificatie
0.8	groot positief effect
0.5	matig positief effect
0.2	klein positief effect
0.0	geen effect
-0.2	klein negatief effect
-0.5	matig negatief effect
-0.8	groot negatief effect

Er zijn voor de volgende zes variabelen (zie paragraaf 2.1) effectschattingen uitgevoerd:

- formatiegewicht, met de niveaus 0, 0.3 en 1.2;
- stratum, met de niveaus 1, 2 en 3;
- geslacht, met de niveaus jongen en meisje;
- leertijd, met de niveaus regulier en vertraagd;
- methode, waarbij de bijdrage van vier reken-wiskundemethoden wordt vergeleken;
- afnamejaar, met twee niveaus: 2003 en 2010.

De resultaten zijn afkomstig uit twee reeksen analyses. De eerste reeks betreft uitsluitend de gegevens uit het peilingsjaar januari/februari 2010 en daaraan ontleen we de effectgrootten voor formatiegewicht, stratum, geslacht, leertijd en methode. De resultaten uit deze analyse hebben alleen betrekking op het peilingsjaar 2010. De tweede reeks analyses is gebaseerd op de gezamenlijke gegevens van de peilingjaren 2003 en 2010 en daaraan ontleen we de effectgrootten voor afnamejaar.

## 7.2 Het effect van enkele leerlingkenmerken

### Het effect van formatiegewicht en stratum

Diverse factoren bepalen de omvang van de lerarenformatie op een school. Een van deze factoren – van oudsher aangeduid als het formatiegewicht – is gerelateerd aan de sociaaleconomische achtergrond van de leerlingen. Voor het peilingsonderzoek zijn de scholen op basis van deze formatiegewichten ingedeeld in drie strata met toenemend gemiddeld formatiegewicht (zie paragraaf 2.1).

In de afbeeldingen *Effectgrootten voor formatiegewicht* en *Effectgrootten voor stratum* zijn de effectgrootten voor deze twee variabelen op de diverse onderwerpen afgebeeld.

De 0.3-leerlingen hebben op alle onderdelen een achterstand op 0-leerlingen. De effectgrootte varieert van -0,07 bij het onderwerp Basisautomatismen: optellen en aftrekken tot -0,39 bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen. De gemiddelde effectgrootte van alle schalen samen is -0,27. Alleen bij de onderwerpen Basisautomatismen: optellen en aftrekken en Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen is er sprake van een verwaarloosbaar effect (-0,07 en -0,11). Bij de overige schalen is er sprake van een klein negatief effect (minimaal -0,25, maximaal -0,39).

Bij de verschillende onderwerpen hebben we beschreven wat dat concreet bekend in mate van beheersing van de aangeboden leerstof.

In de vergelijking van de 0-leerlingen met de 1.2-leerlingen vinden we vergelijkbare verschillen met gemiddelde effectgrootte van -0,26, zij het dat het bereik van de effectgrootten variërend van 0,01 bij het onderwerp Basisautomatismen: optellen en aftrekken tot -0,42 bij het onderwerp Getallen en getalrelaties nu groter is. In grote lijn hebben 0.3 en 1.2-leerlingen dus een vergelijkbare achterstand in vaardigheden ten opzichte van 0-leerlingen. Het verschil tussen de effecten op de rekendictees (0,01 bij het onderwerp Basisautomatismen: optellen en aftrekken en -0,35 bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen) is opmerkelijk en kan het gevolg zijn van de lagere stabiliteit van het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen vanwege het ontbreken van moeilijke opgaven op de vaardigheidsschaal.

Op de andere schalen is er sprake van een klein negatief tot matig negatief effect. Het grootste effect tussen 0-leerlingen en 1.2 leerlingen is te zien bij het onderwerp Getallen en getalrelaties. Met een effectgrootte van -0,41 spreken we van een klein tot matig negatief effect.

Het onderlinge verschil tussen 1.2- en 0.3-leerlingen is bij de meeste onderwerpen verwaarloosbaar klein. Het gemiddelde verschil in effect komt uit op 0,01. Alleen voor de onderwerpen Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen en Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen is een verschil te zien (in de richting) van een klein (negatief) effect (-0,24 en 0,17). Opmerkelijk is dat het effect bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen in het voordeel uitvalt van de 0.3 leerlingen met een effect van -0,24 terwijl dat bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen uitvalt in het voordeel van de 1.2-leerlingen met een verschil in effect van 0,17. Ook hier kan de lagere stabiliteit van het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen een rol spelen.

Op basis van de formatiegewichten zijn schoolscores berekend en zijn de scholen ingedeeld in drie strata, die in globale termen de samenstelling van de schoolbevolking reflecteren (zie paragraaf 2.1).

De effectgroottes in de vergelijking van stratum-1 leerlingen met stratum-2 leerlingen lopen uiteen van -0,05 bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen tot -0,19 bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken in de verwachte richting. Er is bij de onderwerpen Getallen en getalrelaties, Basisautomatismen: optellen en aftrekken en Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen geen sprake van een effect (-0,08, -0,08, -0,05). Bij de overige schalen gaan de effecten in de richting van een klein negatief effect (-0,16, -0,19, -0,18, -0,17, -0,14, -0,14, -0,15).

De gemiddelde effectgrootte van de schalen samen is -0,13.

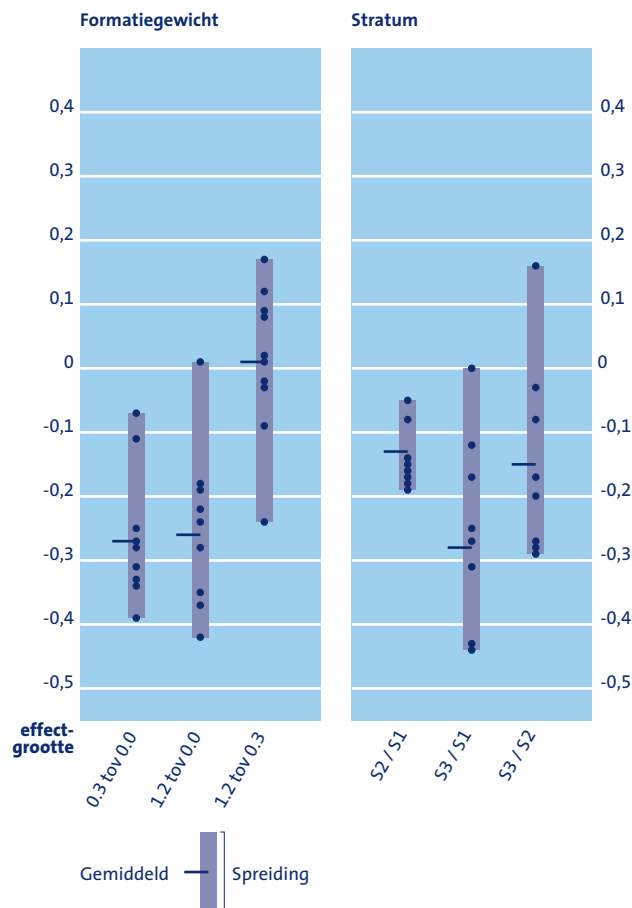
De effectgroottes in de vergelijking van de stratum-1 leerlingen met de stratum-3-leerlingen lopen uiteen van 0 bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen tot -0,44 bij zowel het onderwerp Bewerkingen: complexere toepassingen als het onderwerp Meten en meetkunde. Alleen bij de rekendictees (Basisautomatismen: optellen en aftrekken en Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen) is geen sprake van een effect (-0,12 en 0). Bij het onderwerp Getallen en getalrelaties is er sprake van geen effect tot een klein negatief effect, -0,17. Bij de overige schalen is er sprake van effecten die lopen van een klein effect (Bewerkingen: optellen en aftrekken (-0,27), Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen (-0,25), Geld (-0,31) en Verhoudingen (-0,28)) tot een effect in de richting van matig (Bewerkingen: complexere toepassingen (-0,44), Meten en meetkunde (-0,44) en Tijd (-0,43)).

De verschillen in effectgroottes in de vergelijking van de stratum-3 leerlingen met de stratum-2 leerlingen lopen uiteen van 0,16 bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen tot -0,29 bij het onderwerp Tijd. Alleen bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen is sprake van een effect in de richting van een klein effect in het



voordeel van de stratum-3 leerlingen. Bij de overige schalen is er sprake van een verschil in effect in het voordeel van de stratum-2 leerlingen. Dit verschil in effect varieert van -0,03 tot -0,29. Bij de het onderwerp Geld is er sprake van een verschil in effect in de richting van een klein negatief effect (-0,17). Bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen, Bewerkingen: complexere toepassingen, Meten en meetkunde, Tijd en Verhoudingen is er sprake van een klein negatief verschil in effect (respectievelijk -0,2, -0,27, -0,27, -0,29, -0,28).

### Effectgrootte voor formatiegewicht en stratum



### Het effect van geslacht

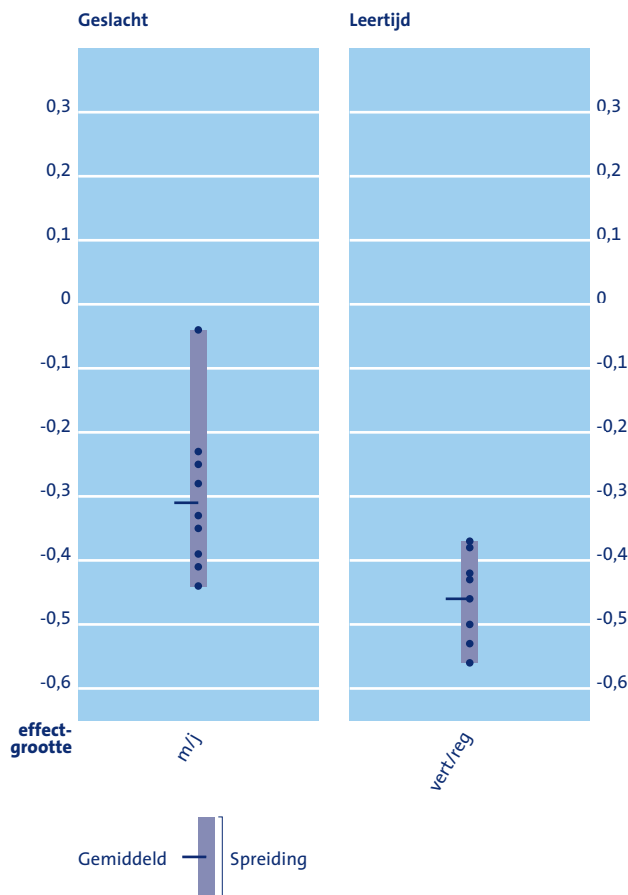
Bij alle onderdelen is de gemiddelde score van de meisjes lager dan bij de jongens. Bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen is er echter geen sprake van een effect (effectgrootte is -0,04). Bij alle andere onderwerpen is er sprake van een klein tot matig effect (van -0,23 tot -0,44). Het effect is het grootst bij het onderwerp Getallen en getalrelaties: hier is er sprake van een negatief effect van -0,44. Het gemiddelde effect over alle onderwerpen is -0,31. In 2003 was het verschil tussen jongens en meisjes van vergelijkbare grootte.

### Het effect van leertijd

Op grond van hun leeftijd zijn de leerlingen in jaargroep 5 verdeeld in reguliere en vertraagde leerlingen. De reguliere leerlingen zijn vooral de leerlingen die gelet op hun leeftijd thuishoren in jaargroep 5, maar ook leerlingen die jonger zijn worden tot deze groep gerekend. De andere leerlingen hebben om welke reden dan ook in hun schoolloopbaan al enige vertraging

opgelopen. Er is onveranderlijk sprake van een significant en matig negatief effect voor de vertraagde leerlingen ten opzichte van hun jongere groepsgenoten. De verschillen van de effectgrootten over de verschillende onderwerpen zijn klein en variëren van -0,37 tot -0,56 met een gemiddelde effectgrootte van -0,46. Het effect is het kleinst bij de het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen (-0,37) en het grootst bij de het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen (-0,56).

### Effectgrootten voor geslacht en leertijd



### 7.3 Het effect van de reken-wiskundemethode

Net als bij de vorige peilingen is er nu ook onderzoek gedaan naar verschillen in leerlingprestaties in relatie tot de methode die de school gebruikt. Deze analyse is gebaseerd op de gegevens van 2010.

Onderstaande tabel geeft een overzicht van de reken-wiskundemethoden die op individueel niveau in de analyses zijn betrokken.

### Overzicht van reken-wiskundemethoden

Methode	Uitgeverij
Pluspunt	Malmberg BV
De wereld in getallen	Malmberg BV
Rekenrijk	Noordhoff Basisonderwijs
Alles telt	ThiemeMeulenhoff

De volgende tabel geeft een overzicht van het minimum, maximum en gemiddeld aantal waarnemingen voor de verschillende methoden. De verschillen in het aantal waarnemingen per methode zijn klein en het gevolg van het feit dat leerlingen bij een bepaalde afname niet aanwezig konden zijn of een klas aan een bepaalde afname niet heeft deelgenomen.

### Minimum, maximum en gemiddeld aantal waarnemingen per onderwerp voor vier reken-wiskundemethoden

	Minimum	Maximum	Gemiddeld
Pluspunt	748	841	801
De wereld in getallen	511	531	518
Rekenrijk	221	226	222
Alles telt	127	144	135

In de analyses zijn alleen de methoden meegenomen met meer dan 100 waarnemingen. Twee methoden, te weten De wereld in getallen versie 2 met 25 waarnemingen en Wis en Reken met 12 waarnemingen zijn vanwege te weinig waarnemingen niet meegenomen in de analyses.

Bij de analyses van de methode-effecten is statistisch gecorrigeerd voor stratum, geslacht, leertijd en formatiegewicht.

Hierna staan de gemiddelde effectgrootte van de verschillende methoden afgebeeld. Er is voor gekozen om de methode met de meeste waarnemingen als referentie op te nemen. De verschillen tussen de andere methoden onderling kunnen worden afgeleid van deze tabel.

### Gemiddelde effectgrootte van reken-wiskundemethoden

Methode	gemiddelde effectgrootte
Rekenrijk	0,156
De wereld in getallen	-0,022
Pluspunt	0
Alles telt	-0,099

In de tabellen hieronder zijn per onderwerp de effectgrootten van vier methoden afgebeeld ten opzichte van elkaar waarbij in de afzonderlijke tabellen de methoden afwisselend op 0 zijn gezet. Hiermee kan elke methode met elke andere methode worden vergeleken. Daarnaast is in de tabel aangegeven welke methoden significant afwijken van de referentiemethode.

De vetgedrukte verschillen zijn significant. We spreken in dit geval van een significant effect indien de overschrijdingskans voor de nulhypothese van gelijke gemiddelden  $<.05$  en de effectgrootte voor het verschil  $> 0.30$ , zodat het verschil ook enige betekenis heeft. Het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen is in dit overzicht niet opgenomen. De meeste leerlingen beheersen de gepresenteerde opgaven van het rekendictee vermenigvuldigen en delen. Hierdoor is de schaal voor de methodevergelijking minder geschikt.

### Effectgrootten voor reken-wiskundemethoden

#### Rekenrijk

Methode	Vaardigheidsschaal									
	1	2	4	5	6	7	8	9	10	
Rekenrijk	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
De wereld in getallen	-0,25	0,23	0,02	<b>-0,33</b>	-0,21	<b>-0,42</b>	-0,27	-0,14	-0,24	
Pluspunt	-0,17	-0,14	-0,09	<b>-0,34</b>	-0,18	-0,16	-0,01	-0,17	-0,15	
Alles telt	<b>-0,31</b>	-0,19	-0,17	<b>-0,33</b>	-0,22	<b>-0,4</b>	-0,18	-0,17	<b>-0,33</b>	

#### Legenda vaardigheidsschalen

- 1 Getallen en getalrelaties
- 2 Basisautomatismen optellen en aftrekken
- 4 Bewerkingen optellen en aftrekken
- 5 Bewerkingen vermenigvuldigen en delen
- 6 Bewerkingen complexere toepassingen
- 7 Meten en meetkunde
- 8 Tijd
- 9 Geld
- 10 Verhoudingen

#### De wereld in getallen

Methode	Vaardigheidsschaal									
	1	2	4	5	6	7	8	9	10	
Rekenrijk	0,25	-0,23	-0,02	<b>0,33</b>	0,21	<b>0,42</b>	0,27	0,14	0,24	
De wereld in getallen	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Pluspunt	0,08	<b>-0,37</b>	-0,11	-0,01	0,03	0,26	0,26	-0,03	0,09	
Alles telt	-0,06	<b>-0,42</b>	-0,19	0	-0,01	0,02	0,09	-0,04	-0,09	

#### Pluspunt

Methode	Vaardigheidsschaal									
	1	2	4	5	6	7	8	9	10	
Rekenrijk	0,17	0,14	0,09	<b>0,34</b>	0,18	0,16	0,01	0,17	0,15	
De wereld in getallen	-0,08	<b>0,37</b>	0,11	0,01	-0,03	-0,26	-0,26	0,03	-0,09	
Pluspunt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Alles telt	-0,14	-0,05	-0,08	0,01	-0,04	-0,25	-0,17	-0,01	-0,18	

#### Alles telt

Methode	Vaardigheidsschaal									
	1	2	4	5	6	7	8	9	10	
Rekenrijk	<b>0,31</b>	0,19	0,17	<b>0,33</b>	0,22	<b>0,4</b>	0,18	0,17	<b>0,33</b>	
De wereld in getallen	0,06	<b>0,42</b>	0,19	0	0,01	-0,02	-0,09	0,04	0,09	
Pluspunt	0,14	0,05	0,08	-0,01	0,04	0,25	0,17	0,01	0,18	
Alles telt	0	0	0		0	0	0	0	0	

## Samenvatting methodevergelijking

### *Getallen en getalrelaties*

Er is sprake van een klein positief effect van *Rekenrijk* met de andere methoden. De verschillen tussen de overige methoden onderling zijn verwaarloosbaar klein.

### *Basisautomatismen: optellen en aftrekken*

Er is sprake van een klein positief effect van *De wereld in getallen* ten opzichte van *Rekenrijk*. Er is sprake van een effect in de richting van matig van *De wereld in getallen* ten opzichte van *Pluspunt* en *Alles telt*. Er is eveneens sprake van een klein effect van *Rekenrijk* ten opzichte van *Alles telt*.

### *Bewerkingen: optellen en aftrekken*

Er is sprake van een effect in de richting van klein van *Rekenrijk* ten opzichte van *Alles telt*. Er is ook sprake van een effect in de richting van klein van de wereld in getallen ten opzichte van *Alles telt*. Er is sprake van een verwaarloosbaar effect tussen de andere methoden.

### *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*

Er is sprake van een klein tot matig effect van *Rekenrijk* ten opzichte van de andere methoden. Tussen de andere methoden zijn de effecten verwaarloosbaar klein.

### *Bewerkingen: complexere toepassingen*

Er is sprake van een klein effect van *Rekenrijk* ten opzichte van de andere methoden. Tussen de andere methoden zijn de effecten verwaarloosbaar klein.

### *Meten en meetkunde*

Er is sprake van een klein tot matig effect van *Rekenrijk* met de methoden *Alles telt* en *De wereld in getallen*. Er is sprake van een klein effect van *Pluspunt* ten opzichte van *De wereld in getallen* en *Alles telt*.

### *Tijd*

Er is sprake van een klein effect van *Rekenrijk* ten opzichte van *De wereld in getallen* en *Alles telt*. Er is sprake van een klein effect van *Pluspunt* ten opzichte van *De wereld in getallen* en *Alles telt*.

### *Geld*

Er is sprake van een effect in de richting van klein van *Rekenrijk* ten opzichte van de andere methoden. Er is sprake van verwaarloosbare effecten tussen de overige methoden.

### *Verhoudingen*

Er is sprake van een klein effect van *Rekenrijk* ten opzichte van *Alles telt* en *De wereld in getallen*. Er is sprake van een effect van *Pluspunt* ten opzichte van *Alles telt* in de richting van klein.

## 7.4 Het effect van afnamejaar

In de hoofdstukken 4 en 6 hebben we op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen gerapporteerd over verschillen in vaardigheid van de leerlingpopulaties in de peilingsjaren 2003 en 2010. In deze paragraaf onderzoeken we het effect van afnamejaar aan de hand van de effectgrootten van die jaren.

Bij de vergelijking tussen afnamejaar is gecorrigeerd voor de variabelen geslacht, leertijd, herkomst en stratum. Vanwege de gewijzigde definitie van formatiegewicht is in plaats van

formatiegewicht herkomst opgenomen. Daardoor geven de resultaten antwoord op de vraag in hoeverre er – afgezien van de genoemde vier variabelen – verschil is in de leerprestaties tussen 2003 en 2010.

Er is voor gekozen om de jaareffecten te presenteren zonder methodecorrectie. De gedachte daarbij is dat de variabele methode de opbrengst van het onderwijs weergeeft en daarmee kan worden toegeschreven aan het onderwijsproces.

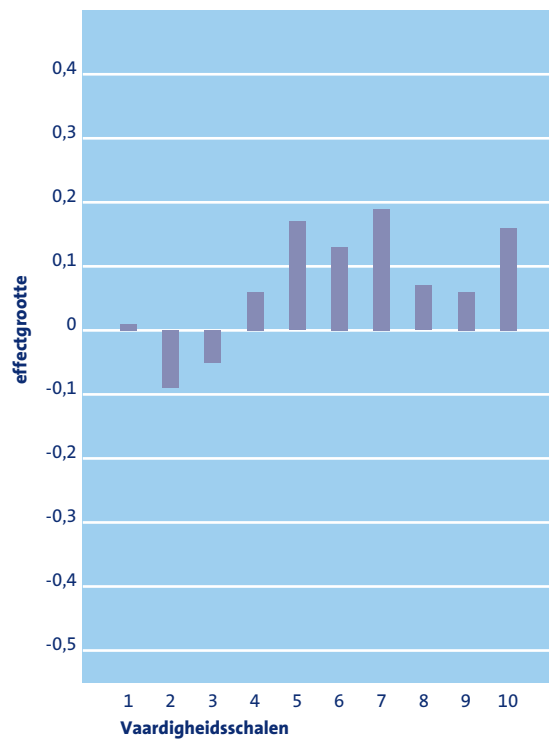
Het moet duidelijk zijn dat we voor eventuele verschillen tussen de jaren geen verklaring voorhanden hebben. Eigenlijk kunnen we alleen aangeven waar een eventueel verschil niet aan ligt: niet aan veranderingen over de jaren in de samenstelling van de leerlingpopulatie voor zover dat herkomst, geslacht of de verhouding reguliere en vertraagde leerlingen betreft. Voor deze variabelen is bij het schatten van de jaareffecten immers gecontroleerd. Men moet zich echter realiseren dat tal van andere ontwikkelingen zowel binnen als buiten de school van invloed kunnen zijn op de leerprestaties van de leerling, zowel in positieve als in negatieve zin. Het effect voor afnamejaar vormt als het ware de resultante van het effect van al deze ontwikkelingen. Dat neemt niet weg dat effecten voor afnamejaar ook specifiek een of meerdere onderwerpen kunnen betreffen. Ontwikkelingen in het rekenwiskundeonderwijs kunnen er toe leiden dat er in het algemeen aan bepaalde onderwerpen minder of juist meer aandacht wordt besteed. Dan kan dat resulteren in een negatief of positief effect voor afnamejaar.

In de effectgrootten over de perioden 2003-2010 vinden we over het algemeen een nul-tendens. Voor de rekendictees (Basisautomatismen: optellen en aftrekken en Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen) vinden we een respectievelijk significant en niet-significant verschil. Er is sprake van een effect dat eerder in de buurt van 0 ligt dan dat het in de richting van een klein effect gaat. Alleen op deze onderdelen scoort het jaar 2003 iets hoger dan 2010.

Bij de overige onderwerpen zijn de verschillen in het voordeel van 2010. Voor de onderwerpen Getallen en getalrelaties, Bewerkingen: optellen en aftrekken, Tijd en Geld vinden we een niet significant verschil. Het effect ligt dicht bij 0 dan dat het in de richting van een klein effect gaat. Bij de onderwerpen Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen, Bewerkingen: complexere toepassingen, Meten en meetkunde en Verhoudingen vinden we een effect dat in de richting van een klein effect gaat. De verschillen zijn hierbij significant.

De gemiddelde effectgrootte voor afnamejaren 2003-2010 is 0,07.

Effectgrootten voor afnamejaar (2010 t.o.v. 2003)



**Legenda vaardigheidsschalen**

- |   |                      |
|---|----------------------|
| 1 Getallen en getalrelaties               | 7 Meten en meetkunde |
| 2 Basisautomatismen optellen en aftrekken | 8 Tijd               |
| 4 Bewerkingen optellen en aftrekken       | 9 Geld               |
| 5 Bewerkingen vermenigvuldigen en delen   | 10 Verhoudingen      |
| 6 Bewerkingen complexere toepassingen     |                      |

De conclusie is dat er aldus gecorrigeerd voor geslacht, leertijd, herkomst en formatiegewicht nauwelijks verschillen in leerlingprestaties tussen de verschillende afnamejaren worden gevonden.





# Literatuur

# Literatuur

Beishuizen, Wolters en Broers (1991). Mentale rekenprocedures in het getalgebied 20-100 onderzocht met reactietijdmeting en tempotoetsen. *Tijdschrift voor onderwijsresearch*, 16, 19-38.

Bokhove, J., F. van der Schoot & Th. Eggen (1996). *Balans van het rekenonderwijs halverwege de basisschool 2*. Uitkomsten van de tweede peiling rekenen/wiskunde medio basisonderwijs. PPON-reeks 8b. Arnhem, Cito.

Cito (2008). *Diagnosticeren en plannen in de onderbouw. Leerling- en onderwijsvolgsysteem*. Arnhem: Cito.

Cito (2012). *Diagnosticeren en plannen in de bovenbouw. Leerling- en onderwijsvolgsysteem*. Arnhem: Cito.

Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences* (2nd ed.), New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Enschede 2008.

Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buijs, K. & A. Treffers, A. (Red.) (2000). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen. Bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Heuvel-Panhuizen, M. van den & K. Buys (red.) (2004). *Jonge kinderen leren meten en meetkunde. Tussendoelen annex leerlijnen onderbouw basisschool*. Groningen, Wolters-Noordhoff.

Kraemer (2011). *Oplossingsmethoden voor aftrekken tot honderd* (dissertatie). Arnhem: Cito.

Kraemer, J.M. (2009a). *Balans van strategieën en procedures bij het hoofdrekenen halverwege de basisschool*. PPON-reeks nr. 40. Arnhem, Cito.

Kraemer, J.M., Janssen, J., van der Schoot, F. en Hemker, B. (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool*. PPON-reeks nr. 31. Arnhem: Cito.

Kraemer, J.M. (2009b). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs in het speciaal basisonderwijs 3*. PPON-reeks nr. 39, Arnhem: Cito.

Menne, J. (2001). *Met sprongen vooruit. Een productief oefenprogramma voor zwakke rekenaars in het getalgebied tot 100 – een onderwijsexperiment* (dissertatie). Utrecht: Freudenthal Instituut.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1998). *Kerndoelen basisonderwijs 1998*. Den Haag, Sdu.

Mulken, Van (1992). *Hoofdrekenen en strategisch handelen. Het gevarieerd gebruik van twee grondvormen van optellen en aftrekken tot honderd*. Proefschrift Universiteit Leiden.

Netelenbos, T. (1995). *De school als lerende organisatie*. Den Haag, Sdu.

Noteboom, A., F. van der Schoot, J.Janssen & N. Veldhuijzen (2000). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 3*. Uitkomsten van de derde peiling in 1997. PPON-reeks 15. Arnhem, Cito.

TAL-team (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele Getallen. Onderbouw Basisschool*. Groningen, Wolters-Noordhoff.

Verhelst, N.D., Glas, C.A.W., & Verstralen, H.H.F.M. (1993). *OPLM: One Parameter Logistic Model*. Computer program and manual. Arnhem: Cito.

Wijnstra, J.M. (red.) (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. Arnhem, Cito. (PPON-reeks nr. 1.).









## Primair onderwijs

Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau

### Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 5

PPON-reeks nummer 47

#### **Cito**

Amsterdamseweg 13  
Postbus 1034  
6801 MG Arnhem  
T (026) 352 11 11  
F (026) 352 13 56  
[www.cito.nl](http://www.cito.nl)

#### **Klantenservice**

T (026) 352 11 11  
F (026) 352 11 35  
[klantenservice@cito.nl](mailto:klantenservice@cito.nl)

Fotografie: Ron Steemers

© Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling Arnhem (2012)

1e druk

